



## Lesson Plans 1.0 [レッスン プラン 1.0]

ゾム・ツール®を使った米國小・中学校の教案集

訳：(株)イメージミッション木鏡社 監訳：高木 隆司 (理学博士)

**Mathematics**

**Art**

**Science**

**Architecture**

コンテンツと図：©2002 Zometool Inc. www.zometool.com

日本語訳：©2008 (株)イメージミッション木鏡社



訳：ゾム・ツール輸入総代理店

株式会社イメージミッション木鏡社

(前畑典子, 有馬司朗, 山本瞬, 角田美由紀, 日吉道子)

〒420-0831 静岡県静岡市葵区水落町4-19

URL: <http://www.imagemission.com>

監訳： 高木 隆司

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻修了。理学博士。神戸芸術工科大学特別教授 (2008年現在)

➤ 目次	
➤ 目次.....	2
➤ 授業で使うゾム・システム.....	5
初級コンセプト	
➤ 幾何学的なかたち.....	9
➤ まわりを見渡せば幾何学だらけ.....	11
➤ 二次元多角形.....	14
➤ 動物のかたち.....	16
➤ 角度に注意！.....	18
➤ 正方形と長方形.....	20
➤ 三角形に挑戦.....	22
➤ 相似な三角形.....	24
➤ 正三角形.....	26
➤ 二次元と三次元のかたち.....	28
➤ かたちと数.....	30
➤ 鏡映対称性とは何か？.....	33
➤ 多重鏡映対称性.....	35
➤ 回転対称性.....	38
➤ 周囲長とは？.....	40
➤ 周囲長のパズル.....	42
➤ 面積とは何か？.....	44
➤ 初心者に体積を教える.....	46
➤ 泡から始める.....	48
➤ 菱形.....	50
➤ 四角形とは？.....	52
➤ タイル貼りに挑戦.....	54
➤ 四角形でタイル貼り.....	56
➤ 三角形でタイル貼り I.....	58
➤ タイル貼りにおける並進対称性.....	60
➤ コマ.....	62

➤ ソム・システムを使った展開図.....	64
➤ 立方体と角錐の展開図.....	66
➤ ピカソと数学.....	69
➤ 動く線.....	71
➤ つぶされた形.....	73
➤ 立方体 I.....	75
➤ 立方体 II.....	77
➤ 立方体 III.....	79
➤ 立方体 IV.....	81
➤ 奇数と偶数.....	83
中級コンセプト	
➤ 図で説明.....	85
➤ バブル II 極小曲面.....	87
➤ 世界で一番高い塔.....	90
➤ 住める都市.....	92
➤ 素因数.....	94
➤ 平面パターン.....	97
➤ 三角形でタイル貼り II.....	99
➤ 多重対称性をもつタイル貼り.....	102
➤ らせん対称性.....	104
➤ 四角形タイル貼りの対称性.....	106
➤ 空間測定 I 長さと面積.....	108
➤ 空間測定 II 体積.....	110
➤ 三角形の三次元版.....	112
➤ 三角形によるタイル貼りの三次元版.....	114
➤ $\tau$ を探せ ( $\tau$ =黄金比).....	117
➤ 二次元と三次元のかたちの命名.....	120
➤ プラトン立体 I.....	123
➤ プラトン立体 II.....	126
➤ 二次元と三次元の星形.....	129
➤ ケプラーのタイル貼り.....	131
➤ リヒャルト／ペンローズのタイル貼り.....	133

➤ 橋を架けるプロジェクト .....	135
➤ オイラーの多面体公式.....	146
➤ 楽しいフィボナッチ .....	149
➤ フィボナッチ数と黄金分割.....	151
上級コンセプト	
➤ アルキメデスの立体 .....	153
➤ ミツバチの巣.....	157
➤ 相似と黄金分割 .....	160
➤ 資料と推薦図書 .....	162
➤ レベル別教育におけるゾム・システム .....	173
➤ ゾム 用語集.....	180

## ➤ 授業で使うゾム・システム

### ゾム・システムで取り組むことのできる科目

ゾム・システムに固有の要素同士の関係によって、幅広いコンセプトを教えることができます。先生方はゾム・システムを、純粋に数学を追求したり、科学技術に関連する構造や幾何学のツールとして、また美術や自然科学の学習に使うことができます。レッスン・プランの最初のほうには、その用例が書いてありますが、それ以外にもゾム・システムでできることは限りがありません。以下のような例もあります。

- 芸術： 割合と比例、対称性、立体的なドローイング、モザイク、建築設計
- 生物学： 果物や花の対称性、フィボナッチ数列、細胞の構造、ハチの巣、DNA の構造
- 化学： 基本的な分子構造、バッキーボール、その他の複雑な分子構造
- 都市計画： 都市計画、資源流通、社会に於ける芸術とデザインの役割
- 地質学： 結晶学
- 数学： 幾何学、数のセンス、数列、代数、三角法、フィボナッチ数列、予算編成
- 物理/科学技術： 透視法の作図、建築構造、負荷と重力、表面張力

### レッスン・プランの構成

このレッスン・プランは、内容に応じて、3つのレベルに分けてあります。つまり、「初級コンセプト」、「中級コンセプト」、「上級コンセプト」です。

レベルの区別は、各プランの一番上の部分に記載してあります。この3つのレベルは、各プログラムが適当と思われる学年（限定しているわけではありませんが）に関連づけています。

プログラムによっては、私達の想定が正しくないことも大いに可能性がありますので、先生方は、実施前に、必ずそのプログラムを査定して下さるようお願いいたします。レベルの分け方は、1年生から3年生までを比較的簡単な「初級コンセプト」のプログラムに組み、4年生から5年生は、ほとんどの「初級コンセプト」はマスターして、次の段階である「中級コンセプト」に移行できると想定しています。中学と高校の先生方は、「中級」と「上級」に進む前に、「初級コンセプト」を再検討してください。“かたちと数”、“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”のレッスンは、先に進むためには特に大切な単元です。未修のコンセプトがあれば、すべてやってみることをお勧めします。ゾム・システムは大変パワフルなシステムです。小さな子どもでも、これを使って、高度な考え方を理解することもできます。

関連の単元は、「発展学習」の部分にまとめてあり、その前に説明したコンセプトを土台として構築できるモデルが書いてあります。さらに上級に進むためのモデルもありますが、「中級」や「上級」のプログラムに入る前に、生徒達が「初級」の考え方と、ゾム・システムの使い方を理解していることを必ず確認してください。

### 本文中の図について

この、『ゾム・システムレッスン・プラン 1.0』に記載されているプログラムには、ほぼすべてゾム・システムモデルの図がついています。そのモデルは、そのプログラムの中で必要か、生徒達が授業中に作っても良い構造例を示します。モノクロですが、図は理解しやすいと思います。各ストラット（棒状の要素）の形が、以下の図のように表示されています。ストラットは、濃さによってもわかると思います。赤ストラットは、濃いグレーまたは黒となり、青ストラットは明るいグレーです。黄ストラットは白く表されます。この本の中では、ゾム・システムの中の補助的ツールである、緑ストラットは図に出てきません。緑のストラットは、特別な三次元の立体を作るために必要になります。



青ストラット



赤ストラット



黄ストラット

## レベルの基準と評価

このレッスン・プランでは、先生方が州や郡で統一されたレベル基準を目標とする時のために、各単元で教育のレベル基準について述べ、可能な限りアメリカの国立機関が定めた各科目のレベル基準を参照しています。数学のコンセプトの場合には、全国数学教育者協議会（NCTM）の定めたレベル基準を取り入れています。アメリカの場合には、各州や地域の基準を国の基準に当てはめることが多いので、わかりやすいと思います。レッスン・プランの各レベルへの言及は、各レベル基準の表題に限られます。もっと掘り下げた、各プランの基準となるようなテキストは、この本の付録の部分についています。

各プログラムの「評価」では、先生方がどのように、生徒の取り組んだプログラムに対する理解度を評価するかについて書いてあります。評価モデルは、NCTM の評価レベルに大体準じています。この箇所では、そのレベル基準を満たすためには、何を達成し、作らなければならないか、そのレベル以上には何が必要かを述べています。

## 授業の準備

ゾム・システムを授業で使用する前に、ゾム・システムで遊んでみてください！

このシステムには、色々な組み合わせの可能性があるので、授業前に試してみることで、きっと得ることがあると思います。事前に遊んでみることで、レッスン・プランが理解しやすくなるでしょう。生徒は、システムについて質問をし、次の授業の基になるような新しい関連性を発見すると思います。

遊ぶことの必要性は、生徒にもいえます。ゾム・システムを初めて導入するときには、特定のタスクを課さずに、まずゾムで自由に色々と試してもらおうと良いでしょう。はじめにそのような時間があると、生徒は授業への準備ができ、追求できるコンセプトをおもしろいと思うでしょう。「あそびの時間」中に、生徒達が観察して発見したゾムの特性や関連性について発表し、話し合うことも、効果があると思います。

## ゾム・システムによる発見学習

「ゾム・システムレッスン・プラン 1.0」のレッスンは、発見学習を促すように書いてあります。ほとんどの場合、プログラムは、生徒にタスクを与えてそれを完成させたり、ゾム・システムのパーツを使って問題を解くように書いてあります。本書中、**イタリック (斜体)** で書いた部分は、先生が授業中に生徒の取り組むプログラムを分析するために問いかける会話、質問となっています（訳注：低学年の生徒に対しては、もっとわかり易い表現に変えたほうが良い）。これは、生徒が自分達で理解し、知識を反復するのが目的です。この過程を通して、生徒は、取り組んでいる課題にもっと興味を持ち、もっと深く勉強しようという動機付けができます。先生方も、このレッスンを通して新しい発見があり、以前理解した知識に新たに挑戦できることがわかると思います。

ここで行われる発見学習法は、直接指示をする方法の代用にはなりません。各授業の中で、明確にしたり、指導したりするために、直接指示をしなければならない場面もでてきます。どこまで指示を出す必要があるかは、そのクラスの生徒の様子を見て、先生方が判断してください。

### グループ学習と個人学習

この本の中では、ほとんどの授業にグループ学習を薦めています。グループで作業することは、数学や科学の授業ではなかなか応用できない、チームとしての能力を身につけることができます。授業で与えられた課題に挑戦するためにグループで話し合うことで、生徒たちは数学の用語を用いて話し合い、お互いの作業を観察することで、理解を深めることができます。グループ学習で有用なディスカッションは、NCTM プロフェッショナル・ティーチング・スタンダードの「話し合い」の項目に出ています。

ゾム・システムは、個人学習にも、もちろん同様に有用です。授業内容は、先生の判断で、その生徒に合ったプログラムに簡単に変わることができます。個人学習の場合には、ゾム・システムのパーツがもっとたくさん必要になるケースもあります。

### 多様な学習グループでの作業

ゾム・システムは、習熟度のばらつきが大きいグループにおいても、素晴らしい成果を上げることができるという点で、大変ユニークなキットです。このシステムで様々なコンセプトを試作するには、予備知識は必要ありません。数学的、論理的、視覚／空間認識の能力が極めて優れた、ずば抜けた才能のある生徒は、ゾム・システムに大変興味を持ちます。このような能力の高い生徒は、ゾム・システムを使って、数学と科学技術、自然科学の領域に高度な関連性を見つけます。学校の成績が思わしくない生徒にとっても、ゾム・システムで助けられることがたくさんあります。ゾムを組み立てることで、コンセプトを理解できるようになります。先生の説明を聞き、数と形がどのような関係にあるかを理解し、実際に触って、そのコンセプトを操作できるのです。実際、すべての生徒がゾム・システムによって繰り広げられる活動に、積極的に参加することができます。レッスン・プランの著者の一人は、生徒たちが課題に取り組み、熱中していく様子が素晴らしかったとコメントしています。生徒の中にいた、ADD（多動症）と診断された生徒も作業に夢中になり、数学の授業時間中組み立てコーナーから離れなかったそうです。

ゾム・システムの活動には、言葉の能力や理解度に関する特別レベルを必要としません。生徒が学習するコンセプトは普遍的なもので、文化の違いなどは関係なく、すべての人が理解できるものです。コロラドのウエルド郡第6学区では、現在ゾム・システムをすべての国語の授業で、第二外国語の時間に、言語能力を高めるために使用しています。生徒が普遍的な幾何学のコンセプトを把握することで、先生が構造を説明する言葉の意味も練習できるといいます。

生徒は、自分達の作った作品をとて誇りにし、展示してほしいと言うでしょう。実は、一番難しい課題は、授業の最後に作った作品を解体させることかもしれないのです。ゾム・システムを別のクラスですぐ使う予定がなければ、しばらくの間、教室の天井から作品をつるして、勉強したことの証拠として展示しておくのも良いでしょう。もしそれが無理であれば、カメラを持参して、生徒達の作った作品を記録してあげることです。

### その他の資料

このレッスン・プラン 1.0 には、ゾム・システムを授業で使う第一段階といっても良い部分しか書いてありません。補助的な情報として、先生方にご一読をお勧めしたいのが、どのゾム・システムにも入っている、カラーの「マニュアル 2.0」です（訳注：出荷時期により版が異なる場合があります）。ゾム・システムがどのように機能するか、それぞれの構成要素が、空間に於ける対称や数とどのような関係にあるかが記されています。小さなサイズのマニュアルですが、膨大な情報を網羅しています。このマニュアルに書かれている情報を、先生方は、本格的な授業や、個人学習の問題解決などの場合に大いに利用できると思います。「マニュアル 2.0」には、数多くの幾何学形や、建築モデルの作り方も述べられています。ゾム・システム・エクスプローラー・キットとゾム・システム・クリエイター・キットに含まれている「ゾム・ツールマニュアル」には、小学校から大学までの数学の授業活動が書いてあります。数学の先生方には、このアイデアを是非授業に取り入れて欲しいのです。

ゾム・システムでは、もっと色々なマニュアルを作る予定です。授業でゾム・ツールを使用してみたい先生方は、是非私共にご連絡ください。すでにゾム・システムを授業に取り入れている教育者からのアドバイスをお知らせします。

また、すでに市販されている様々な教科書に書いてある教室活動にも、ゾム・システムは応用できます。この本の、「資料」の箇所に、いくつかの提案が書いてあります。

### ゾム・システムの取り扱い

ゾム・システムは、高品質の ABS 樹脂で作られていますので、大変頑丈です。ストラットは、きつちりとノード(結合用の玉)にはめ込むことができるよう、多少しなるようにできています。

重量の負荷のかかるモデルでは、ゾム・システムは分解してしまいます(“世界で一番高い塔”の単元参照)。しかし、パーツが壊れることはありません。汚れたパーツは、ネットに入れて、洗濯機で洗うことができます。ABS 樹脂は紫外線に弱いので、長時間または何回も日に当てることはお薦めしません。もろくなったり、色あせたりしてきます。1 時間以内、または、たまに日光にさらす程度であれば、問題はありません。

## 数学 初級コンセプト

### ➤ 幾何学的なかたち

#### 授業の目的

模型の辺の数を見て、多角形を判別できるようになる。

#### 既習事項

ゾム・システムで遊んだことがあること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1 個
- Ishtar schwager Publications 出版による「Shapes (かたち)」という表題の本、  
(この本が手に入らない場合には、他の、形に関する本を使用してください)

#### 手順

かたちに関する幾何学の本を、生徒全員に読んで聞かせます。本の中で紹介されている様々な形と、その特性について話し合います。**この形には、辺がいくつありますか？ 私達の知っているもので、似た形のものはありますか？**

ゾム・システムを配り、20 分で、本の中にある形のうちいくつかを作らせます。それから、もう一度話し合いをします。自分の作った形を発表してもらいましょう。**どんな形ができましたか？ どうして円はできなかったのでしょうか？ これらの形を見てグループにわけることができますか？ どの形とどの形が似ていますか？** かたちは、辺の数によってグループに分けられることを伝えます(この活動の中では、正方形と長方形は、4 つの辺をもつグループに入れます)。黒板か一覧表に、発見したことをまとめます。例えば、**三角形**には辺が 3 つあり、**正方形**には辺が 4 つ、**五角形**には 5 つ、**六角形**には 6 つ、というように。

年齢の低い生徒の場合には、共同で一定の作業ができるようなグループに分けることもよいでしょう。例えば、あるグループは三角形を作る、別のグループは正方形を作る、等です。もう少し年長の生徒(2 年生ですが)の場合には、算数ノートに作った形の絵を描いて、その形の特徴を書かせることもできます。皆が作った形を教室に展示しましょう。

#### 評価

各生徒に、また、グループごとに質問をします。ゾム・システムを使って形を作らせ、正しく名前を言わせます。辺の数によって、基本的な多角形が見分けられれば合格です。

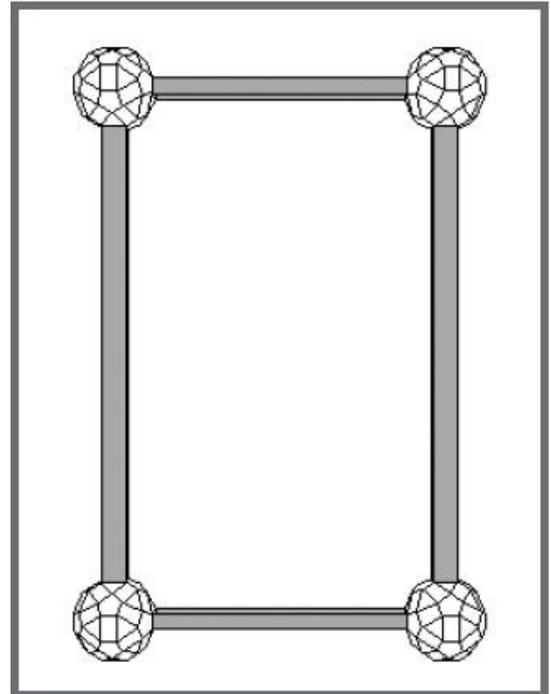
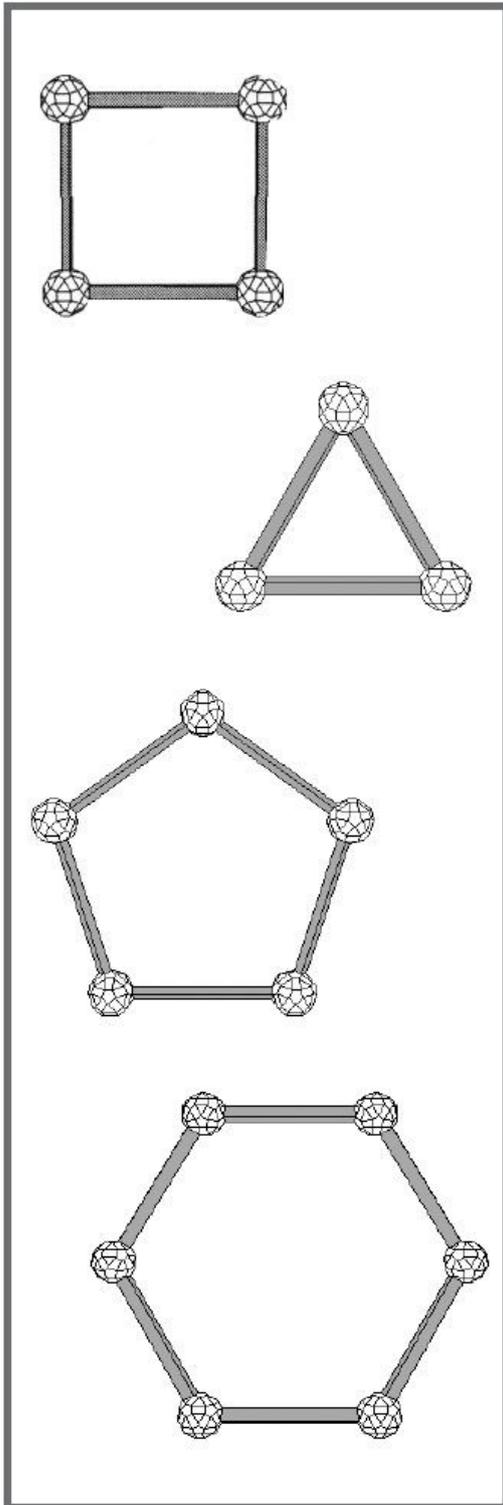
#### 対応する基準

\* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)

#### 発展学習の可能性

多角形についてもっと学習することもできます(“まわりを見渡せば幾何学だらけ”)。多角形の数と対称性を勉強します(“かたちと数”、“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”)。三次元の立体へ

の展開（“二次元と三次元のかたち”）。建築物に見られる幾何学形やそのほか、人が作ったものの中に見られる幾何学形について学ぶ（“世界で一番高い塔”、“橋を架けるプロジェクト”）。アートとデザインへの応用などが可能です（“タイル貼りに挑戦”）。



## 数学 初級コンセプト

➤ まわりを見渡せば幾何学だらけ

### 授業の目的

様々な多角形により親しみを持つ。

### 既習事項

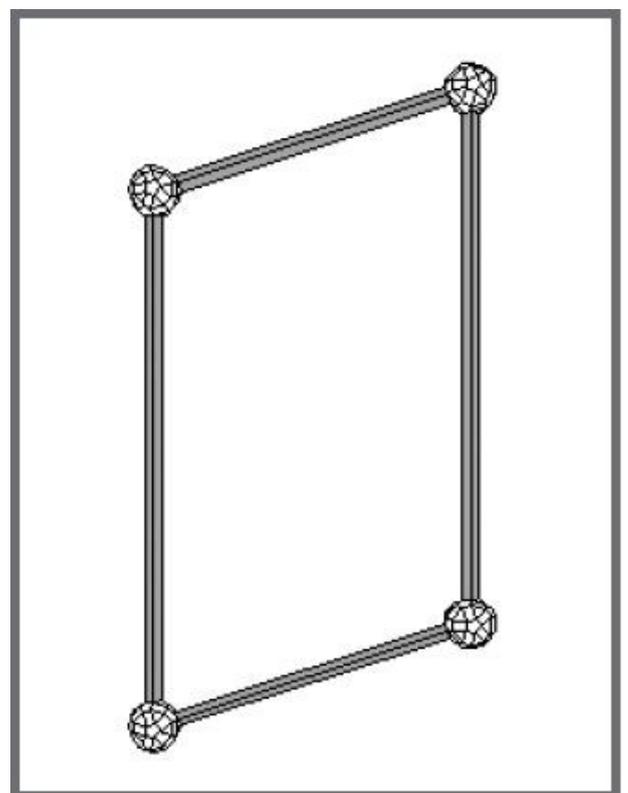
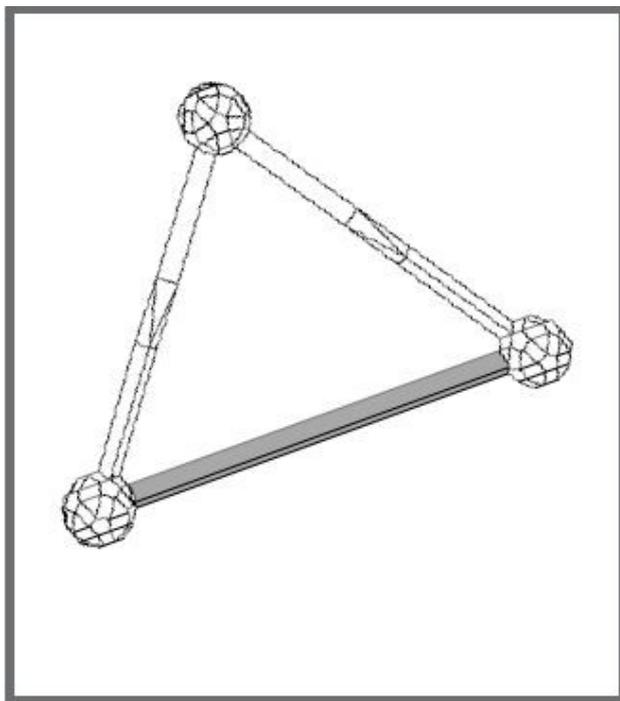
基本的な二次元の形（幾何学形）の知識。形を記述できる能力。

### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1, 2 個
- ポール・ロジャー著「ザ・シェイプス・ゲーム」(1989、ヘンリー ホルト&カンパニー)



**手順**

まず生徒がどのくらい幾何学を理解しているのかを見ながら、授業を始めます。

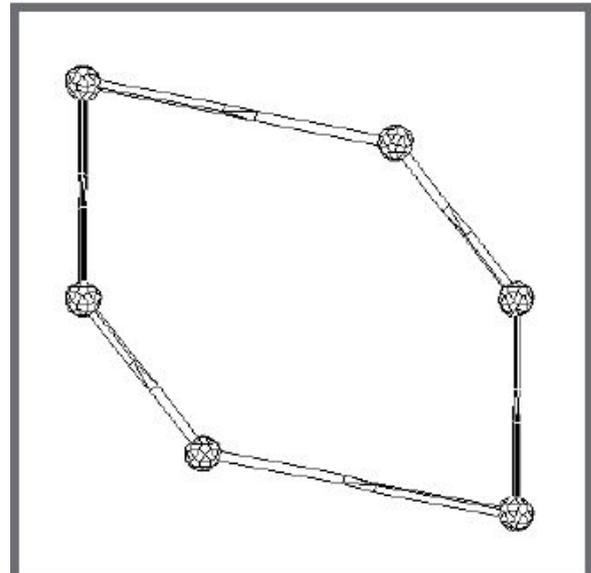
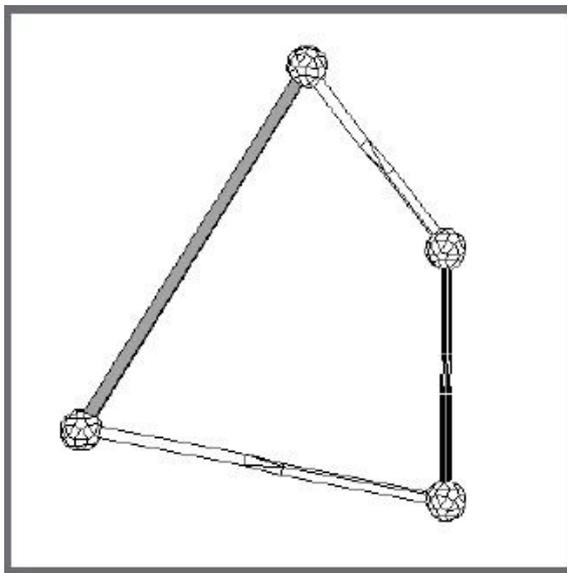
**図形とは、何でしょう？ 図形って、どの科目に属しているのかな？ どうして、図形を勉強することが大切なのでしょう？** 生徒がひらめいた考えを、黒板や、表に書き記します。**教室の中には、何か幾何学的なカタチがありますか？** 生徒が挙げた例を、また書いていきます。

「ザ・シェイプス・ゲーム」を皆に読んで聞かせます。本を読みながら、イラストの形について、意見を出し合います。

まず、最初の挑戦は、生徒が本の中で見た図形をゾム・システムで作るためには、どのストラットを使うかを予測することです。生徒は、ひとりで考えてもよいし、パートナーと組んで考えてもいいでしょう。それぞれ、自分の予測を、算数ノートに書いておきます。そこには、ある図形を作るためにはどの色のストラットが何本必要かを予測します。

各生徒にゾム・システムを同じ数量配ります。生徒は、各自ノートに予測した図形を作ります。作ったら、実際にはどのようにでき上がったかを記します。生徒各自に、クラスの代表に、または、共同で作業しているグループの代表に、自分の予測と実際にでき上がった図形はどのように異なっていたかを発表してもらいます。また、各自ゾム・システムを使って作った形の絵と定義を手紙に書いてもらいます。その手紙は、幼稚園の児童に宛てて、形を理解できるように書きます。その他、いろいろな形に関する幾何学のなぞなぞも書きます。それを読み上げて、皆でどの形かを当てます。

完成した形を天井などからつるして、我々の身のまわりには、どのような形があるかを示します。



### 評価

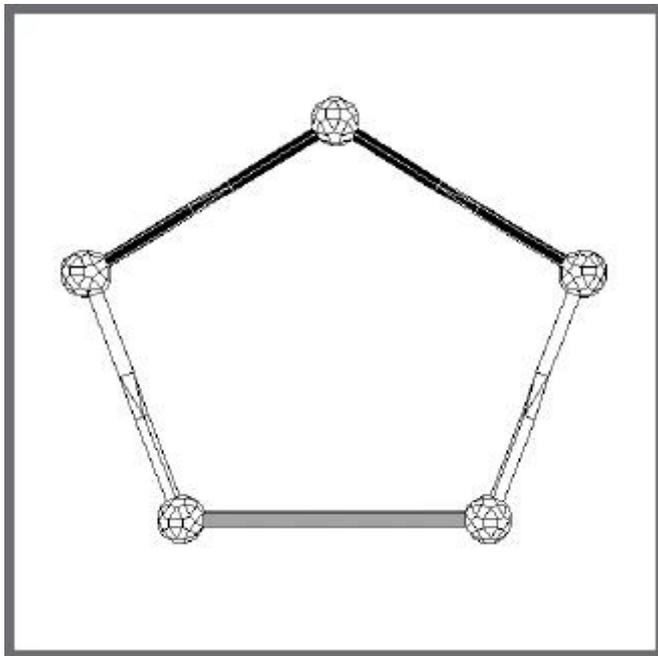
話し合いや発表の間にメモをとり、算数ノートに書かれた予測や手紙を確認します。  
少なくとも4つの多角形を作って、正しく描写できれば、合格です。定義が明確で、他の生徒がモデルを見なくても、その定義を聞いただけで正確にその形を再現できれば、その定義をした生徒の達成度は基準レベル以上です。

### 対応する基準

\* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル9)

### 発展学習の可能性

前項と同じ



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 二次元多角形

#### 授業の目的

異なる多角形を作り、記録し、定義することを学ぶ。

#### 既習事項

ゾム・システムで遊んだことがあること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

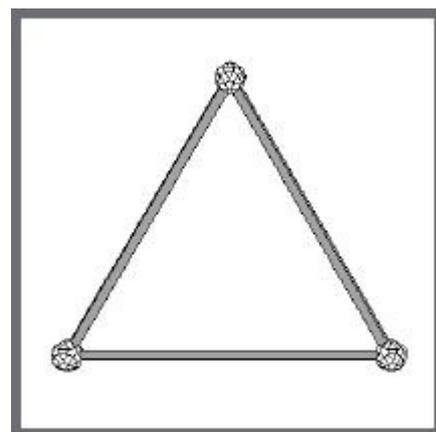
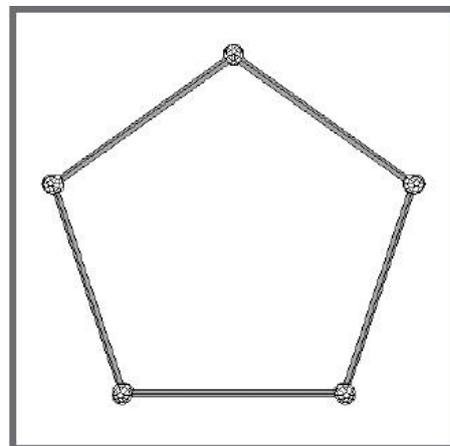
#### 必要な材料

- 25～30 名の生徒に対して、クリエイター・キット 1 個
- 生徒 1 人につき、1 枚の記録紙

#### 手順

授業の前に、生徒が多角形について発見したことを書き入れるチャートを用意しておきます。そのレイアウトは、以下のようなものをお薦めします。

多角形	使用した ノードの数	使用した ストラットの数
三角形	3	3
四角形	4	4



多角形と書いた項目には、生徒が自分の作った形の名前を記入します。次の 2 項目には、作った図形に使用したゾム・システムのパーツ数を記入します。

図形に関する話し合いから授業を始めます。**どんな形の名前を知っていますか？ それは、どのような形をしていますか？**（生徒が挙げる形を黒板に書いていきます）**この形がどうして正方形と呼ばれるか、知っていますか？** このように、黒板に記された形の名前は、辺の数によって決まることがわかるまで質問を続けていきます。

「多角形」という言葉を紹介します。**多角形って、何のことか知っている人はいますか？** 今まで出てきた形は、すべて多角形であることを説明します。**黒板に書かれている形に共通していることは、何ですか？** 多角形について、閉じられた形であること、2 つまたはそれ以上の辺を持つ形であること、テーブルの上に平らに置くことができる形（二次元の空間または平面）であることがわかるまで、話し合いを続けます。

それから、2 人ずつ組になって、ゾム・システムを使って作れるだけの多角形を作り、それらの形についての情報を表に記入してみます。各多角形に使用したストラットの色と数を、どのように表に記入するかを伝えます。赤ストラットは、「R」と記し、青ストラットは「B」と記し、黄ストラットは「Y」と記します。三角形は、たとえば、「3B」とか、「2R、1B」となります。生徒は、またその形の絵を「多角形」の欄に描きます。わかれば、名前も書きます。作れるだけの多角形を作るよう励まします。

長方形、三角形、五角形、正方形、六角形、十角形などです。全部の名前を知らないかもしれませんが。特に、六角形と十角形です。話し合いの中に出てきたら、特別な三角形の名前を教えてもよいでしょう。例えば、鈍角三角形、二等辺三角形、鋭角三角形、直角三角形などです。

同じ形で大きさの異なる図形の組を作ったら、**この大きな青の形は、この小さな形と同じ名前をもちますか？** と聞いてみましょう。どうしてそうなるかを話し合います。このようにして、学習した概念を定着させることができます。

### 評価

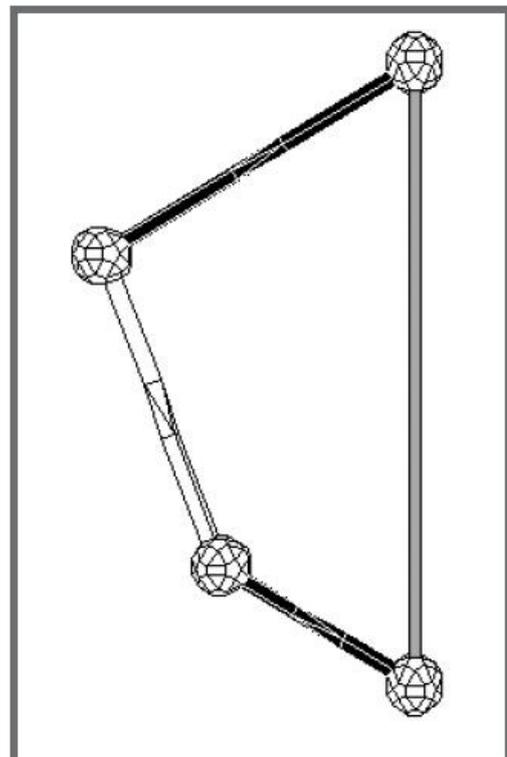
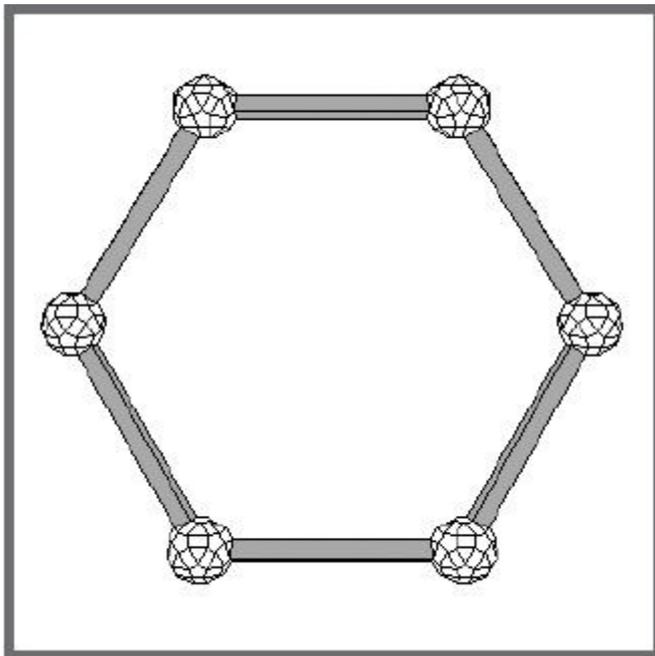
生徒の作業する様子を観察します。異なる多角形の名前を、辺の数を数えて言うことができることを、一人一人、またはグループに問いかけて確かめます。多角形の内容を理解し、各多角形がその形によって異なる名前と呼ばれることを理解できれば、合格です。それぞれの形を作ることができ、正方形、長方形、三角形、五角形、六角形を正確に見分けることができるようになれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学的レベル (NCTM レベル 10)

### 発展学習の可能性

さらに高度な形や三次元の立体の形に発展する。



## 生物学/芸術 初級コンセプト

### ➤ 動物のかたち

#### 授業の目的

ヒトも含め、動物のかたちの類似点と異なる点を見せることが目的。また、このかたちと幾何学の関連性を探ることも、目的のひとつとなる。

#### 既習事項

ゾム・システムを組み立てたことがあること。対称の概念も既習であれば良い。（“鏡映対称性とは何か？”）

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1、2 回

#### 必要な材料

- 25～30 名の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個

#### 手順

今日は、動物の類似点について勉強しましょう、と授業を始めます。**動物の構造で似ている点はどのような点でしょうか？ お互いにどんなところが似通っていますか？**

2 人～3 人のグループにクラスを分けて、ゾム・システムで動物のかたちを作ってみましょう。お互いに、違う動物を作るようアドバイスします。細かい点まで表現できるよう、十分な時間を与えます。全部のグループが作り終わったら、教室の前のテーブルの上に、どんな動物を作ったかをラベルに書き、モデルとともに置きます。

**色々な動物ができましたが、共通する形は何でしょう？** 左右対称性、回転対称性、背骨のはたらきやその他の解剖学上の特徴が網羅されるまで、色々な意見を出してもらいます。そのような特徴に関して、生徒が正しい用語を知らなかった場合には、そこで新しい言葉を導入します。

**すべての動物に共通して現れる角度の特徴がありますか？ 角度とは、どんな意味でしょうか？ 動物の動き方に違いはありますか？ そのような違いは、いままで発表された特徴の違いと関連があるのでしょうか？ 今の動物の構造は、進化を考えたとき何か有利な点があるのでしょうか？ どうして、動物は皆同じ形をしていないのでしょうか？**

最初のモデルを作った後で、高度に進化した動物の特徴（例えば左右対称性など）をもつ、想像上の動物モデルを作ってみましょう。各グループの代表者にその想像上の動物の特徴などを発表してもらいましょう。

#### 評価

左右対称性、回転対称性、背骨のはたらき、その他の解剖学上の特徴など、話し合われたことを説明できれば合格です。また、特徴のうち、なぜある動物には当てはまり、他の動物で当てはまらないものがあるかを理解できればよいです。

#### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）

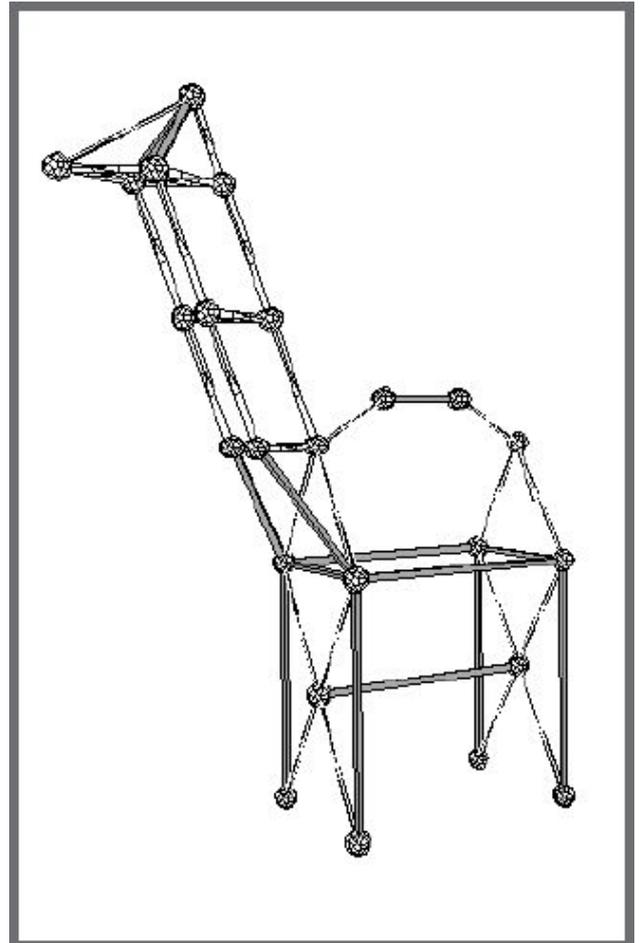
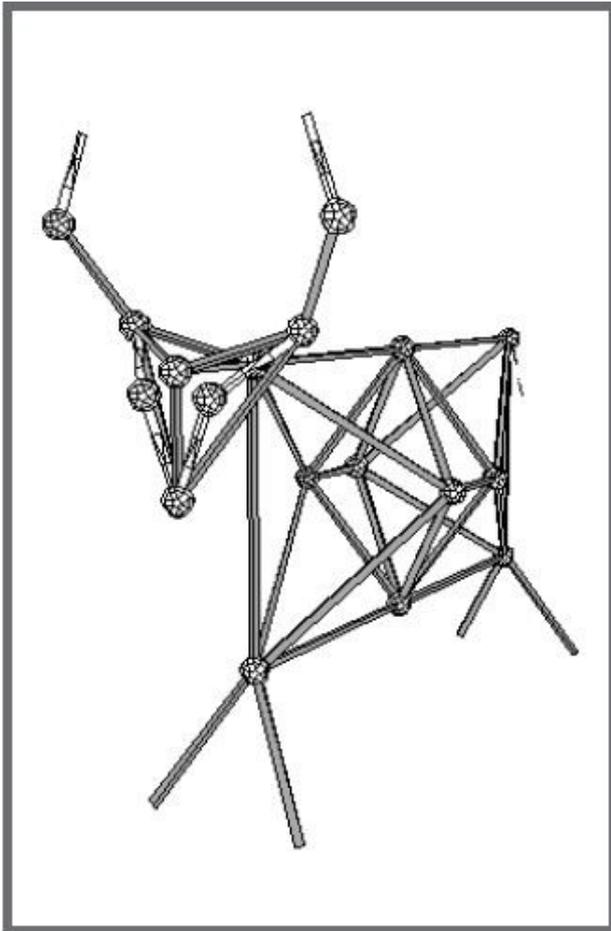
コンテンツと図：©2002 zometool, Inc. All rights reserved.

日本語訳：©2008 株式会社イメージミッション木鏡社 All rights reserved.

- \* 測定に該当する数学レベル (NCTM レベル 10)
- \* 動物の解剖学と重力の力に相当する科学のレベル。

## 発展学習の可能性

自然界における対象性と幾何学の学習 (“多重鏡映対称性”)



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 角度に注意！

#### 授業の目的

いろいろなタイプの角度に関して理解を深める。ゾム・システムを使って角度を作り、それを色々に変化させてみる。また、それを身のまわりの角度に関連付けてみる。

#### 既習事項

角度とは何かという知識。3つの異なるタイプの角度が思い出せること。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25～30名の生徒に対して、クリエイター・キット1個

#### 手順

クラスを3～4人のグループに分け、ゾム・システムのパーツを均等に分けます。

まず、始めの7～10分の間は、何でも良い好きな形を作ります。完成したら、作品を観察し、特にストラットに注目します。**ストラットの長さについては、どのようなことがわかりますか？ そのストラットが向いている方向については、どんなことに気が付きませんか？** 生徒の反応を、表にしましょう。

検討したリストから、平行や垂直の線の概念を復習します。**あなたの作った作品には、いくつ平行な線や垂直な線がありますか？** 各グループで話し合い、平行な線と垂直線がいくつあるかを、算数ノートに書き込みます。また、教室の中で、同じような線がどこにあるか、気づかせましょう。

生徒の作品の中で、どこで線が交わっているかということに注目させます。角度の復習をします。角度と測定について学習したことを思い出させます。

**ゾム・システムでは、どのような角度が作れますか？ 平行と垂直とは、角度で言えばどのようなものでしょうか？** 生徒にノードを持たせて、どのストラットが**鋭角**、**直角**、**鈍角**を形成するかを当てさせます。算数ノートに予想を書き込み、実際に各角度を作ってみて、それを算数ノートに記入します。各グループで観察し合ひましょう。描写した図には、その角度の区別を書き込みます。

**教室の中には、どのような角度がありますか？ 教室には、直角がありますか？ 鈍角はどうでしょうか。鋭角は、ありますか？**

#### 評価

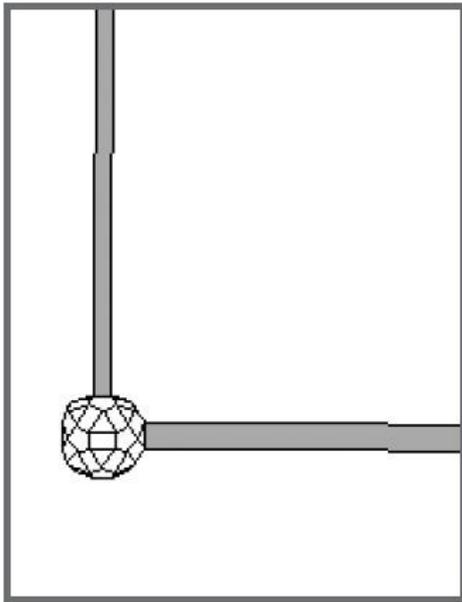
生徒が角度を作っているところを観察します。算数ノートに書かれたものを再度点検します。角度を作り、その角度を変更し、3つのタイプの角度を区別できていれば、合格です。

#### 対応する基準

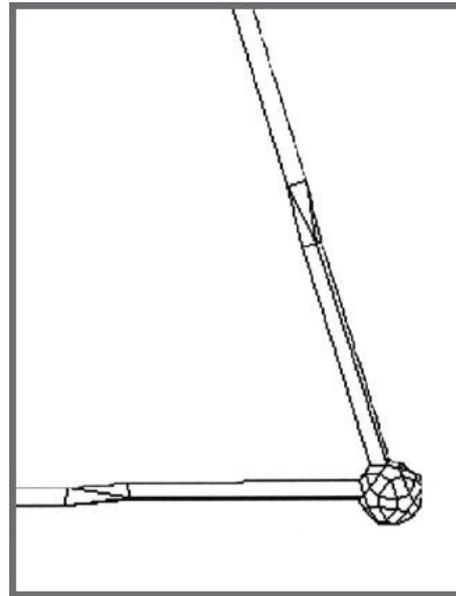
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル9）

#### 発展学習の可能性

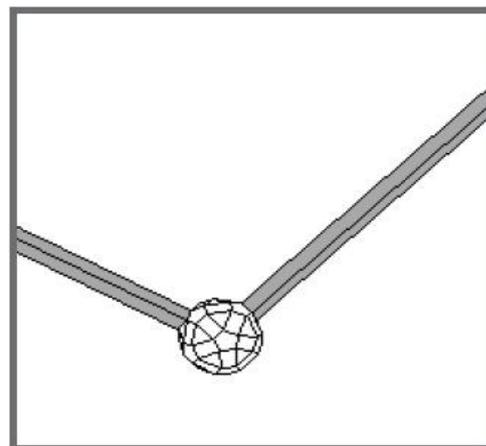
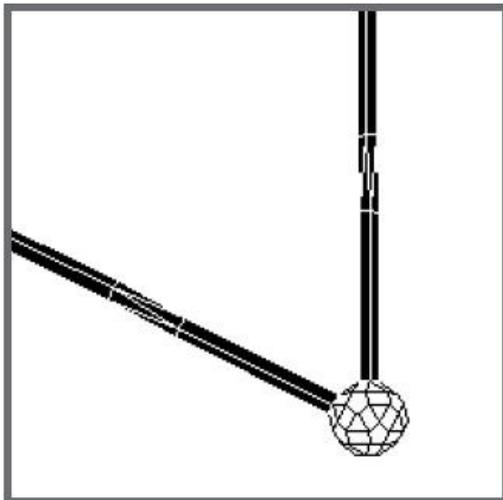
数学やアートを含む、今後出てくる角度に関連するすべての活動。



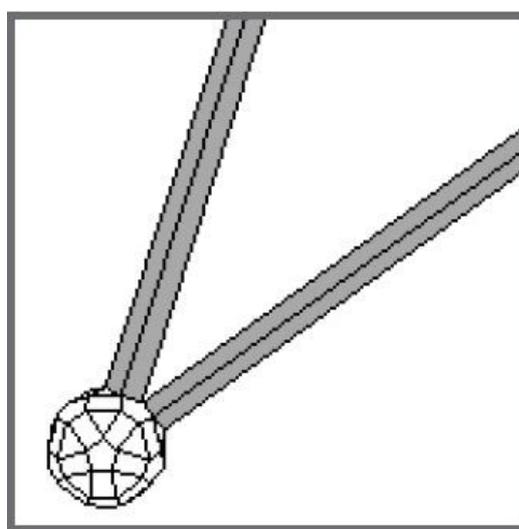
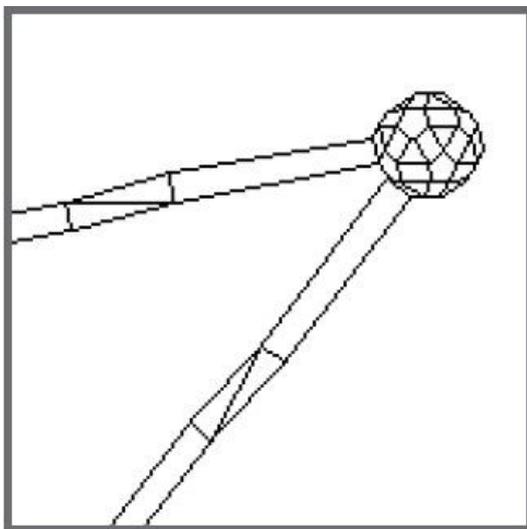
直角 (90°)



鋭角 (90° より小さい)



鈍角 (90° より大きい)



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 正方形と長方形

#### 授業の目的

正方形と長方形の特徴と違いについて学ぶ。

#### 既習事項

ゾム・システムで遊んだことがあること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1 個

#### 手順

授業の前に、ゾム・システムで正方形と長方形を作っておき、それを学生に見せながら、まず簡単に、最初の話し合いを行います。黒板か表に、生徒から出された意見を書き留めます。**この形には辺がいくつありますか？ 2つの形は、まったく同じでしょうか？ 何色のストラットが使われていますか？ 教室の中にこの2つの形のどちらかと同じものがありますか？ この2つの形の名前は何でしょうか？**

2人1組にして、ゾム・システムのパーツを均等に分けます。15分の間に、2人で、2つの形をできるだけたくさん作ります。また、この形を見分ける方法も考えてもらいます。教室をまわって、必要な場合には、アドバイスします。菱形や凧の形、平行四辺形ができるかもしれません。また、平面図形でない場合もあるでしょう。

生徒の組に、作った図形を皆に見せてもらいます。**違う形がいくつできましたか？ 3つの色のストラットを全部使ってこの形ができますか？ 作った形を、どのようなグループに分けましたか？ 大きさですか？ 色ですか？ 違うサイズの正方形を作ることは可能ですか？ 青の長いストラット 2本と、赤の長いストラット 2本でできた形は、長方形ですか、正方形ですか？ 赤と青のストラットは、同じ長さですか？ 辺が4つあるのに、ダイヤモンドの形や、その他の形では、どうしてダメなのですか？ 正方形と長方形では何が同じで、何が違いますか？**

生徒が指摘した類似点と違いを黒板の表に記録します。長方形は辺が4つあり、2本は短く、2本は長い辺である。長方形は長くて細い。長方形は正方形でない。正方形には、辺が4つある。どの辺も同じ長さである。正方形は、長方形とは違う。

上の学年の生徒（2年生）であれば、自分達の発見を直接算数ノートに書き込むことができるでしょう。生徒は皆、正方形と長方形の絵を描くことができるでしょう。

授業の最後には、もう一度教室の中にある形を見ながら、それが正方形であるか、長方形であるか皆で言ってみましょう。

#### 評価

生徒に、ゾム・システムで正方形と長方形を作ってもらい、それぞれの特徴を言ってもらいます。それは、口頭でも書いたものでも構いません。ポイントとなる内容は、辺の数、辺が同じか長いか短いからです。2つの形の違いを指摘できれば合格です。口頭で正方形と長方形の定義ができれば、基準レベル

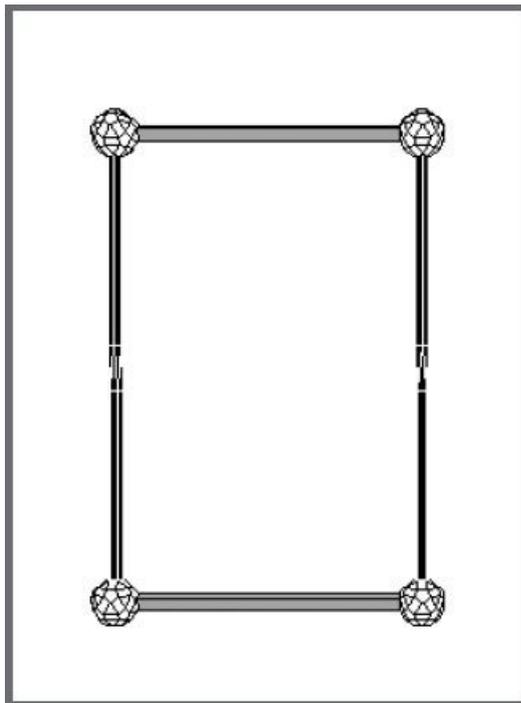
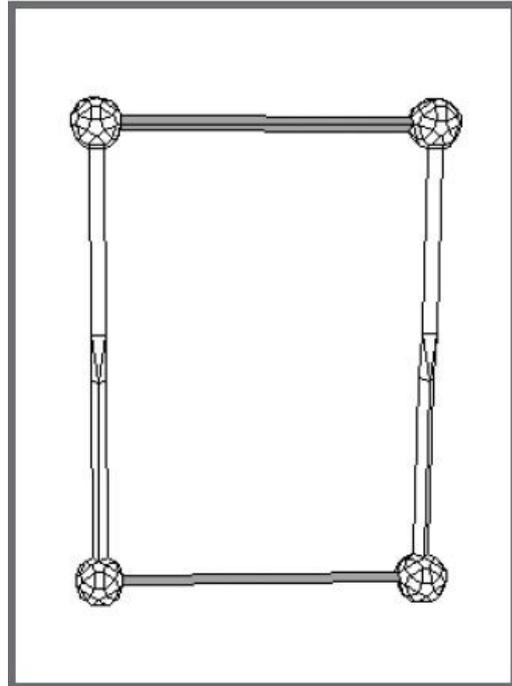
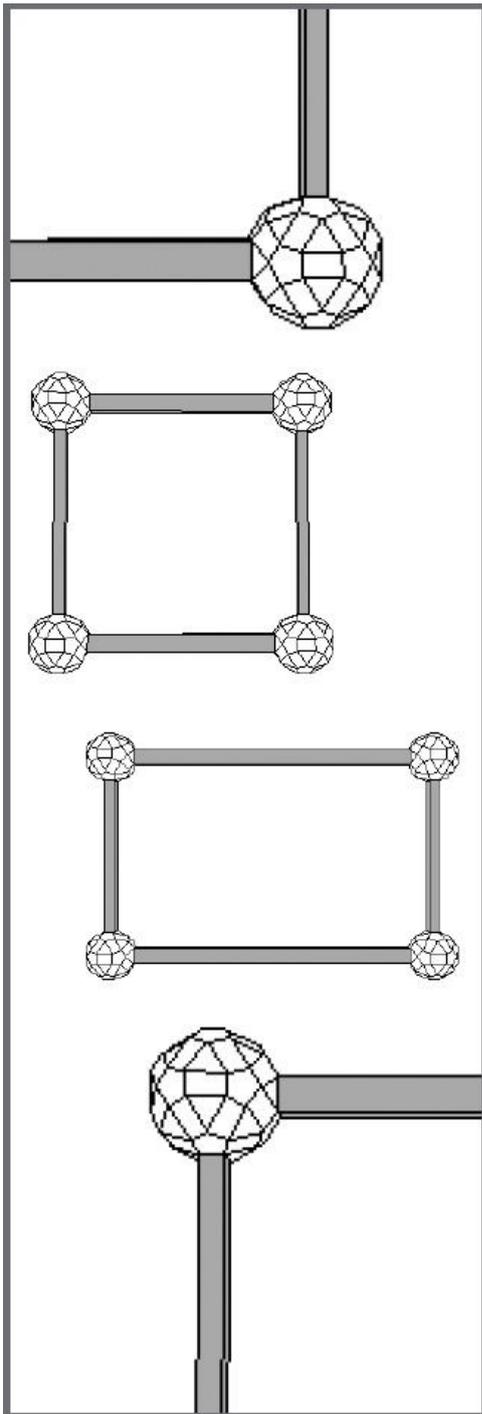
以上です。

### 対応する基準

\* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)

### 発展学習の可能性

さらに進んだ図形や、三次元の形に発展する。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 三角形に挑戦

#### 授業の目的

三角形が持つ3種類の角度に関して、はっきりと違いを指摘できるようになる。分度器が使えるようになる。

#### 既習事項

3種類の角度を知っていることと、三角形を見分けることができること。

#### 必要な時間

45~60分の授業を1回

#### 必要な材料

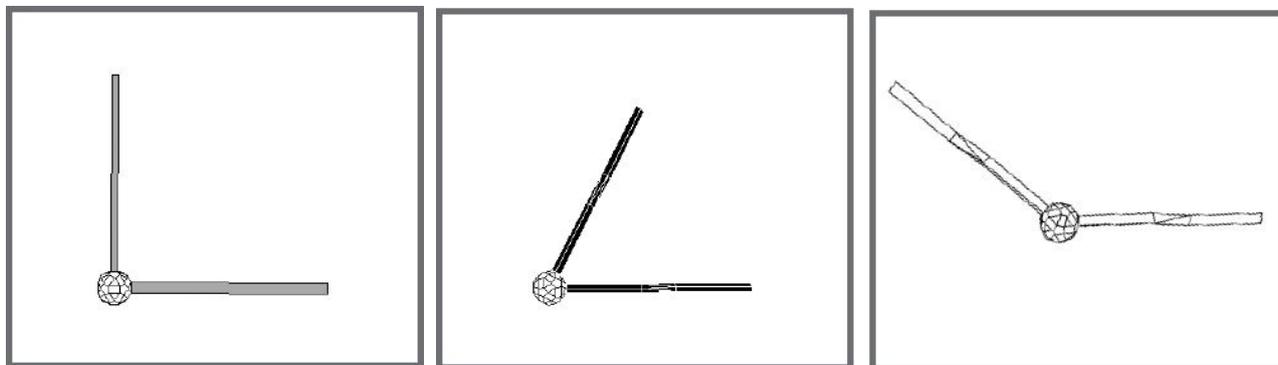
- 25~30人の生徒に対して、クリエイター・キット1個
- 「三角形に関するノート」(デイル シーモアによるビデオ、Cuisenaire company of America, Inc.)
- 3~4人の生徒に対し、分度器1個。

#### 手順

異なる種類の角度の復習から始めましょう。直角、鋭角、鈍角です。

一通りビデオを見ます。説明なしで、ただ見せます。ビデオが終わったら、見たことを発表してもらいましょう。**どんなことに気がきましたか？ ビデオにできた形は、何という名前でしたか？ どうして、三角形だということがわかるのですか？** もう一度ビデオを見て、今度は、出てくる形に注目するように言います。

ビデオが終わったら、ゾム・システムの構成要素について話し、できるだけたくさんの三角形を作ってもらいます。できた三角形はすべて算数ノートに記します。スケッチも描いて、どのストラットを使ったかもメモしましょう。**違う形がいくつできましたか？ 同じ色のストラットで作ることができましたか？ 3色全部使って三角形ができましたか？** 20分ほど、自由に作らせます。



生徒が作り終わったら、その結果をチームメイトと見せ合ひましょう。チームごとに設定した分け方で、でき上がった三角形を種類別に分けます。**三角形には、同じような性質がありますか？ どのようなグループに分けたら良いでしょうか？** 各グループに、自分たちの分け方について、簡単に発表してもらいます。クラス全体で、どのグループ分けが良いか決めます（例えば、直角三角形、二等辺三角形、など）。生徒全員が、算数ノートにその定義を書き込みます。

どのようにして角度を測ったら良いか、話し合ひます。**どうしたら、二つの角度が同じか違うかわかるのでしょうか？ 角度を推測できますか？ それとも、もっと正確に測定することができるのでしょうか？** 分度器の概念を復習します。分度器を使うのが初めての生徒もいるかもしれません。三角形の角度を測り、合計するとなぜ 180 度になるか話し合ひます。グループごとに、いくつかの三角形の角度を測って、この規則が当てはまるか考えます。

時間があれば、**合同**の概念を導入します。生徒の作った三角形について話し合ひ、互いに合同である、という言葉で定義します。

## 評価

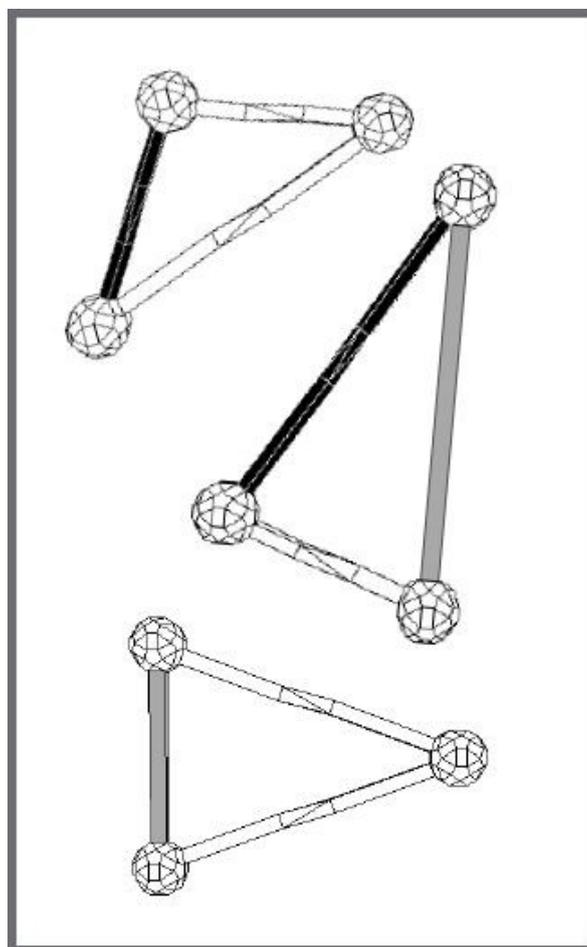
形を作っている生徒を観察します。質問して、三角形の種類を定義づけられるか、また、いろいろな角度を測定できるかを見て行きます。生徒が算数ノートに書いたスケッチと定義を点検します。三角形の中で、鋭角、直角、鈍角を正しく指摘できれば合格です。三角形の内角の和が 180 度になるということ、正しく言葉で説明できれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル(NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学のレベル (NCTM レベル 10)

## 発展学習の可能性

もっと三角形を学習します（“相似な三角形”と“三角形でタイル貼り I”）。三角形を含むプラトンの立体または、その他の三次元立体を考えて見ます（“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”、“三角形の三次元版”）。三角形を学習することは、幾何学、アート、自然界の三回対称性に自然につながります（“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 相似な三角形

#### 授業の目的

相似な三角形を実際に作ることで、各辺の法則を体験し、相似形について学ぶ。

#### 既習事項

ゾム・システムを扱ったことがあり、三角形の概念に触れたことがあること（“幾何学的なかたち”）。

#### 必要な時間

45~60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25~30人の生徒に対して、クリエイター・キット1個
- ものさし

#### 手順

あらかじめ、ゾム・システムで作れる独特な三角形のうちどれを取り上げるかひとつ決めておき、黒板に構成要素を書いておきます。例えば、

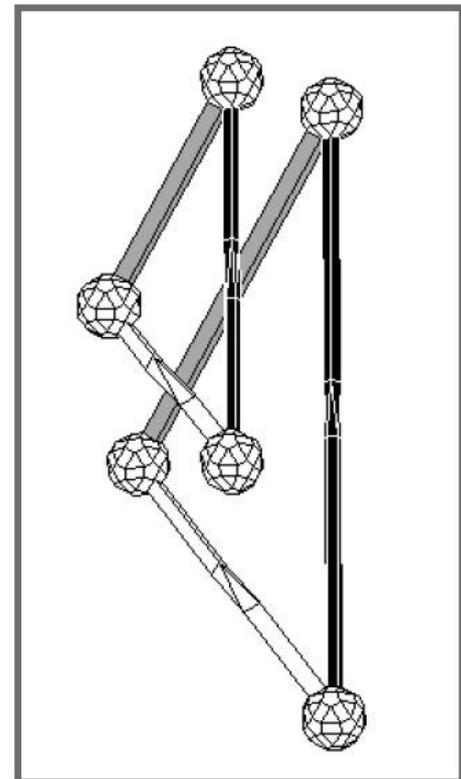
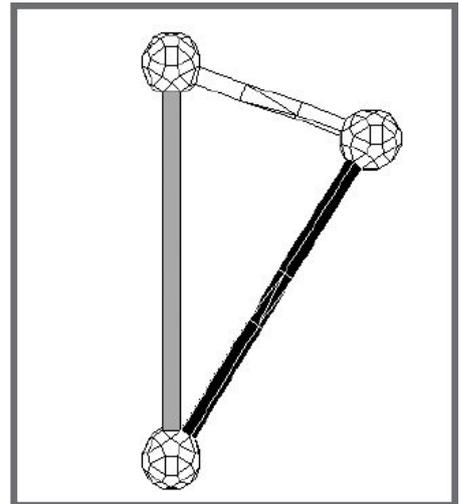
- 長い青ストラット1本
- 長い赤ストラット1本
- 中くらいの黄ストラット1本
- ノード3個

ゾム・システムのパーツを生徒に均等に配ります。今回は、メニューにあるストラットだけを使って、作れるだけの三角形を作ることを説明します。作る形は、各ストラットの先端が、他のストラットにつながっている状態であり、閉じた形でなければなりません。

**この3本のストラットと3つのノードで、違う形がいくつ作れますか？** 1つの三角形しかできないということがわかった生徒もいるかもしれません。ほとんどの生徒は、これを実際にやってみて、わかるでしょう。生徒が三角形を作っているあいだ教室をまわって、ものさしに通しながら、でき上がった三角形を集めていきます。この時、必ず同じ頂点をものさしにかけるようにします（一番鋭い角が最適です）。ものさしにかかった三角形を見ると、どの形も同じであることが一目瞭然です。

**何種類の三角形ができましたか？ どうして、皆同じ三角形になったのでしょうか？**

次に、青ストラットの中(中くらいの長さ)、赤ストラットの中、黄ストラットの短を使った別の「形のメニュー」で同じことを繰り返します。でき上がった教室中の三角形を集め終わる前に、「今度も三角形は全部同じ形だが、前のものと大きさが違う」ということが明白になるでしょう。



2種類の三角形をオーバーヘッド・プロジェクターで投影し、どんなことが起きたかを説明します。  
 どうして、みんな同じ形で、サイズが違うのでしょうか。 どうして、誰も他の形の三角形を作れなかったのでしょうか。 小さな三角形と大きな三角形のストラットの関係は、どのようになっていますか？ 2つの形が正確に同じだということをどのようにして確かめたらよいのでしょうか？ 2つの互いに正確に重なる図形を、合同ということを説明します。

生徒は、自分が観察したことを、算数ノートに書き記します。辺が同じ三角形の法則も書きます。時間があれば、ゾム・システムの他のパーツを使って、その法則があてはまるかを更に調べていきます。学年が上のクラスか、進んだクラスの場合には、立体を試します。三角形の代わりに、ノードを4つ、ストラットを6本使って、相似の四面体を作ります。立体の場合にも、この法則は当てはまりますか？

## 評価

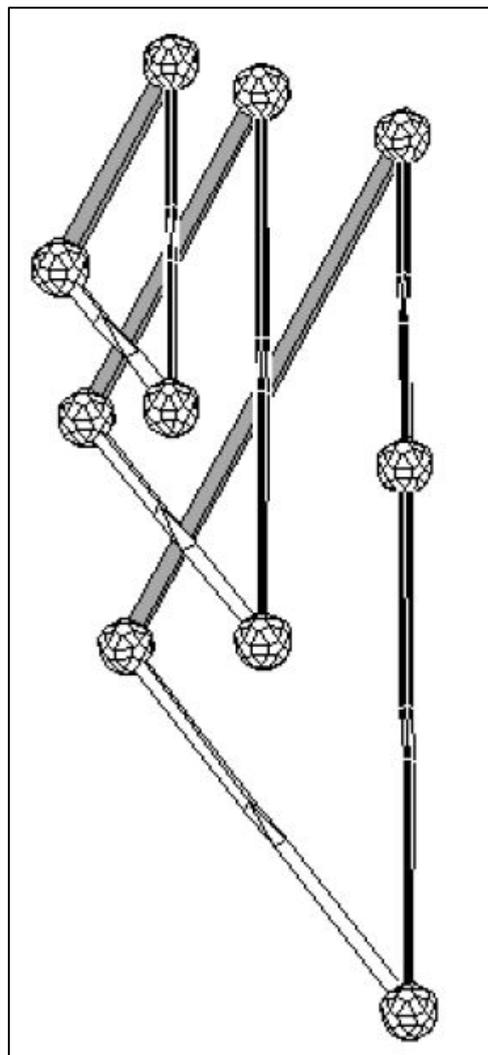
生徒から出された意見を書きとめ、算数ノートを点検します。合同の三角形を作るには、対応する辺の長さが一定でなければならないことを理解できれば、合格です。

## 対応する基準

- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学のレベル (NCTM レベル 10)

## 発展学習の可能性

角度に関するその他の学習(“角度に注意!”)や三角形を使って、更に数学的、建築的な応用をすることができます (“三角形に挑戦”、“三角形でタイル貼り I”、“三角形でタイル貼り II”、“三角形の三次元版”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“世界で一番高い塔”、“橋を架けるプロジェクト”)。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 正三角形

#### 授業の目的

三角形の性質を見分けることができるようになり、等辺という概念を学習する。

#### 既習事項

基本的な幾何学の形（“幾何学的なかたち”、“かたちと数”、“相似な三角形”）。

#### 必要な時間

45~60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25~30人の生徒に対して、クリエイター・キット1個

#### 手順

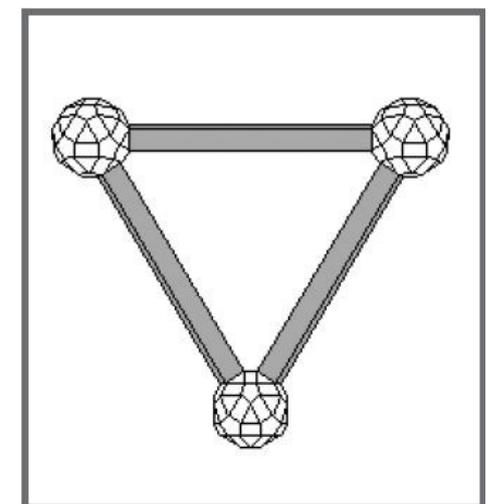
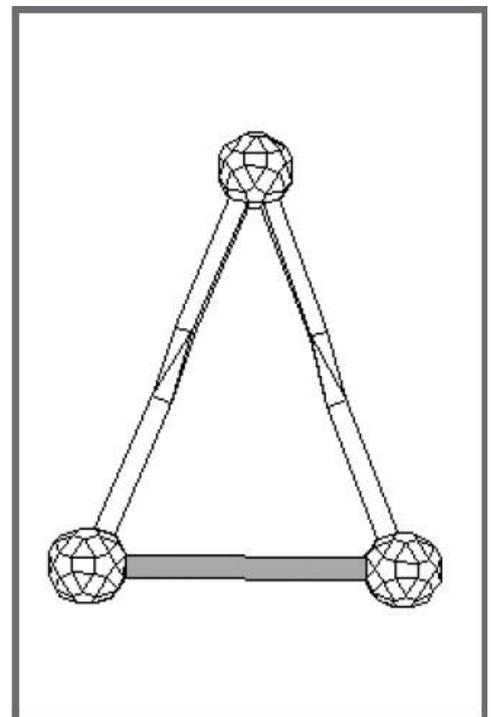
授業の前にあらかじめ3つの三角形を作っておきます。青ストラットの中を3本使った三角形、赤ストラットの中を2本と青ストラットの中を1本使った三角形、青ストラットの中を1本と黄ストラットの中を2本使った三角形です。その「レシピ」を黒板に書いておきます。

クラスを、2~3人のグループに分け、ゾム・システムを配ります。3種類の異なる三角形を見せて、**これは皆三角形ですか？ どうして、これを三角形とすることができますか？**と聞きます。各グループで、黒板の「レシピ」に書かれた3つの三角形を作ってみます。

すべてのグループの三角形ができ上がったら、まず3本の青ストラットで作った三角形に注目してもらいます。**この三角形の3つの辺は、すべて同じ長さですか？**生徒に青ストラットを1本手にとってもらい、この事実を確認してもらいます。等辺という言葉を導入し、三等辺の、すなわち正三角形は、すべて同じ長さの辺であることを説明します。

赤と青のストラットで作った三角形を見せます。**これは、正三角形ですか？**ほとんどの生徒が、始めに見た三角形とほとんど同じ形をしているので、そう思うでしょう。ストラットを指して、**ストラットは同じ色ですか？**と聞きます。**ストラットは全部同じ長さですか？ どうして、そうだとわかりますか？**生徒に、青と赤のストラットを持ち、2本の長さを比較してもらいます。青ストラットのほうが長いことがわかるので、この三角形は、正三角形ではないということになります。

黄ストラットと青ストラットを使った三角形でも同じことを繰り返します。ストラットの長さを比較して、それが正三角形かどうか聞きます。3本のストラットの長さを比較します。



さらに、他のストラットを使って正三角形をつくってもらいましょう。**他の長さでもつくれるでしょうか？ 赤ストラットだけ使って、または黄ストラットだけで正三角形が作れるでしょうか**（ストラットは曲げずに）？ 正三角形を、言葉と図の両方で正しく表現してもらいます。学年が上のクラスでは（2年生）定規と紙を使って正三角形を書いてもらってもよいでしょう。等辺であることの意味を話し合います。**三角形以外の形でも、等辺の形がありますか？ 必ず等辺になるかたちはありますか？**（正方形）

## 評価

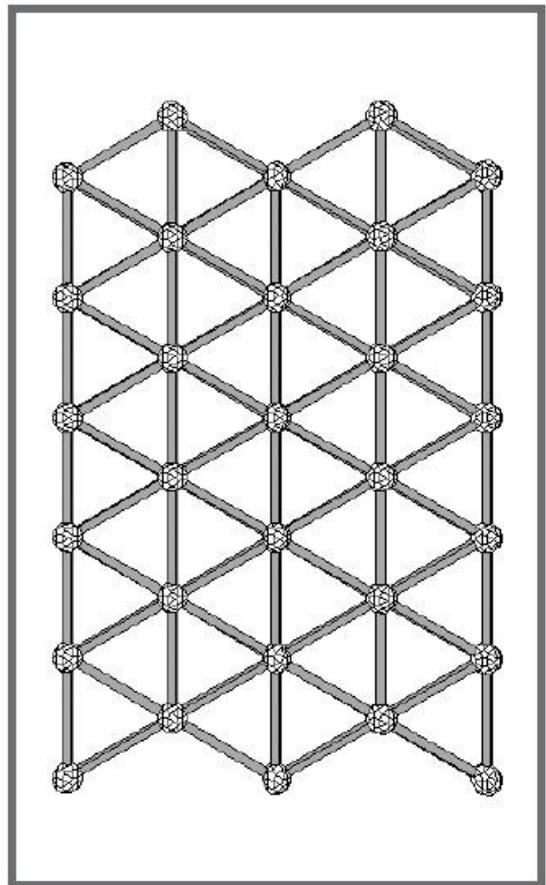
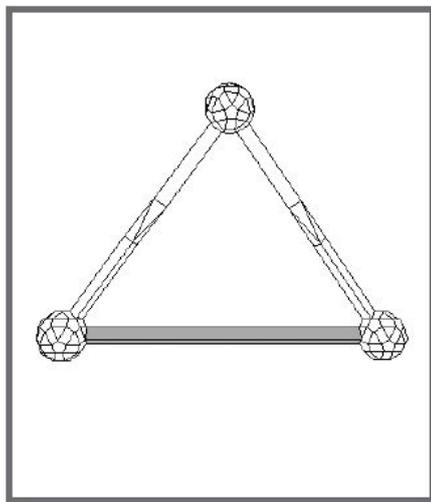
生徒が作業をしているあいだ観察し、算数ノートに描かれた図を点検します。3つの三角形を作ることができ、正三角形が、他の2つの三角形とはどのように異なるかをはっきりと理解できれば、合格です。正三角形は、青ストラットでのみ作れることが理解できれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）
- \* 測定に該当する数学のレベル（NCTM レベル 10）

## 発展学習の可能性

もっと高度な二次元や三次元のかたち、およびその名前を学習する（“二次元と三次元のかたち”、“四角形とは？”、“二次元と三次元のかたちの命名”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 二次元と三次元のかたち

#### 授業の目的

二次元の形に関する知識から発展して、それがどのように三次元の形に変わるかを学習する。二次元と三次元のかたちを作ったり、図を描いたりする。

#### 既習事項

簡単な多角形の知識（“幾何学的なかたち”）

#### 必要な時間

45~60 分の授業を 1 回か 2 回

#### 必要な材料

- 25~30 人の生徒に対して、クリエイター・キットを 2 個

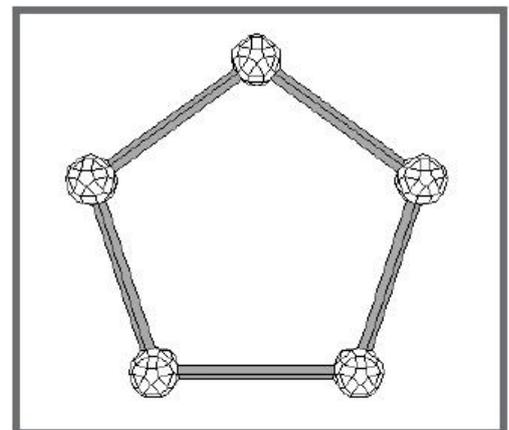
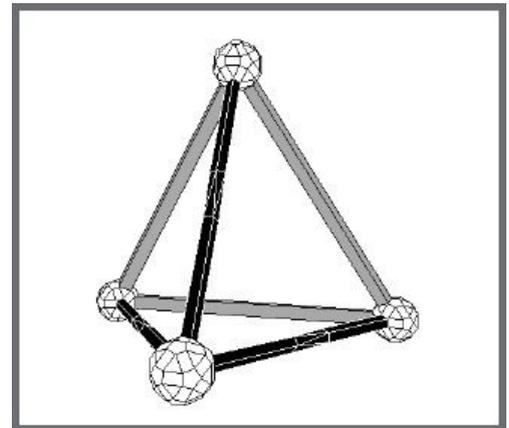
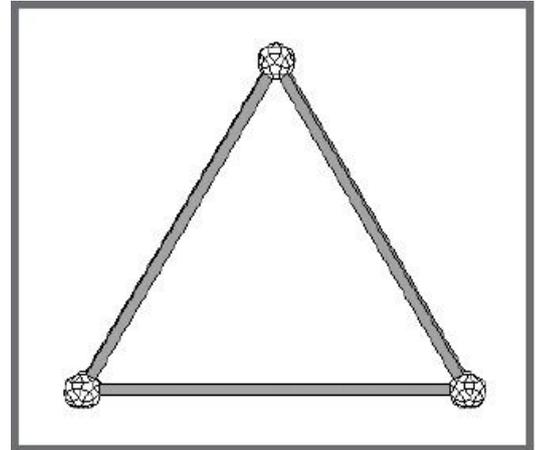
#### 手順

授業の始めにまず、図形に関して話し合しましょう。**どんな図形の名前を知っていますか？ どのようにしてその形を判別しますか？ つまり、三角形は、どうして三角形がわかりますか？**

色々なゾム・システムを配ります。まず、二次元の図形（平らな図形）を作ります。つまり、三角形、長方形、正方形、五角形や菱形です。**どうして、この形が平らな図形だとわかりますか？** クラス全員で話し合い、二次元の図形の場合には、テーブルの上に平らに置くことができ、すべてのノードはテーブルに触れていなければならないという結論を導き出します。10~15 分くらい作る時間を与えます。二次元の図形を作る生徒の能力と、その図形をクラス全員の前で説明させることで、どのようにその図形の属性を定義づけることができるかを評価します。**いくつかの三角形は、形がすごく違うのに、それでもどうして三角形と呼ばれるのでしょうか？ 長方形や正方形、五角形や菱形は、どうでしょうか？** 色々な質問を投げかけて、生徒達から自分達が作った図形の定義を引き出します。その定義を、算数ノートに書きます。

自分達の作った図形について話し合う時に、新しい言葉やコンセプトが必要になったら、それを導入します。新しい言葉の中には、次のものが含まれるでしょう。**平行線、垂直線、面、辺、頂点、表面積。**

二次元の図形から得た情報を使って、ゾム・システムで今度は立方体、角錐、角柱などの三次元の形を作らせて見ましょう。その構造は、すでに学習した二次元の図形の組み合わせで作ることができます。各グループ内で、



それぞれが作った図形を比べましょう。その図形の持つ面、辺、頂点を見つけます。

自分達の作った二次元と三次元のかたちの図を描かせます。黒板上か、オーバーヘッド・プロジェクターのシートに表を作り、二次元の図形の中で生徒が見つけた類似点や違いを比較します。三次元の図形に関しては、また別な表を作ります。**他の図形とどのように、そしてなぜ違うのでしょうか。なぜ、いつも同じ色のストラットや、同じ組み合わせのストラットでしか作れない図形があるのでしょうか？**

最後に、学習した二次元と三次元の図形の知識を使って、もっと複雑な三次元の形を作ってみましょう。**角錐と角柱と多面体の違いを見分けてみましょう。**その図形を作るために、始めはどんな二次元の図形から作ったかを考えましょう。可能であれば、そのような形をどこで見たことがあるかを話し合います。アメリカの生徒であれば、フロリダにあるエプコットセンターで幾何学的な球体を見たことがあるという生徒もいるかもしれません。

### 評価

生徒が作業している間、観察します。作った図形をクラスの前で発表するときに、質問します。生徒の書いた図形を点検します。

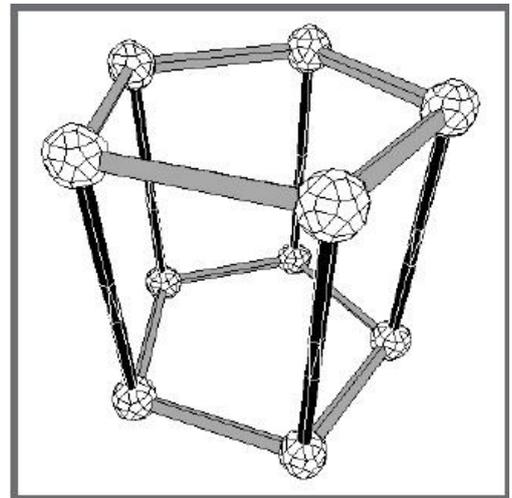
4つか5つの基本的な多面体を作って、名前を言えるようになれば、合格です。作った多面体の定義を言葉で言えるようになっていれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学のレベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学のレベル (NCTM レベル 10)

### 発展学習の可能性

多面体を掘り下げることも可能です（“周囲長とは？”、“角度に注意！”、“三角形に挑戦”）。建築物の幾何学的形を見ていくこともよいでしょう（“世界で一番高い塔”、“橋を架けるプロジェクト”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ かたちと数

#### 授業の目的

長方形と三角形と五角形、そして2と3と5の関係を学び、かたちと数の基本的な関係を理解する。このコンセプトは、ゾム・システムを使ったレッスン・プランには、多く登場する。

#### 既習事項

基本的な多角形の知識（“幾何学的なかたち”、“まわりを見渡せば幾何学だらけ”）

#### 必要な時間

45~60分の授業を1回

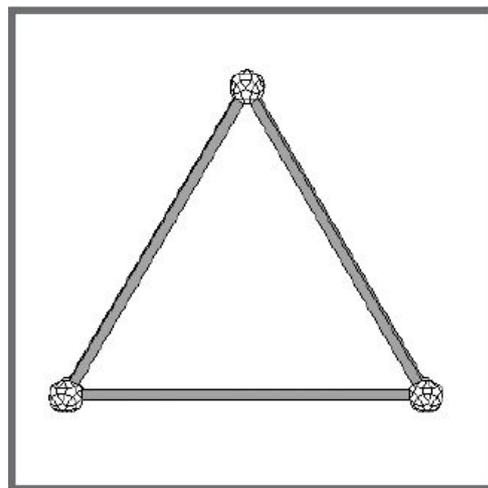
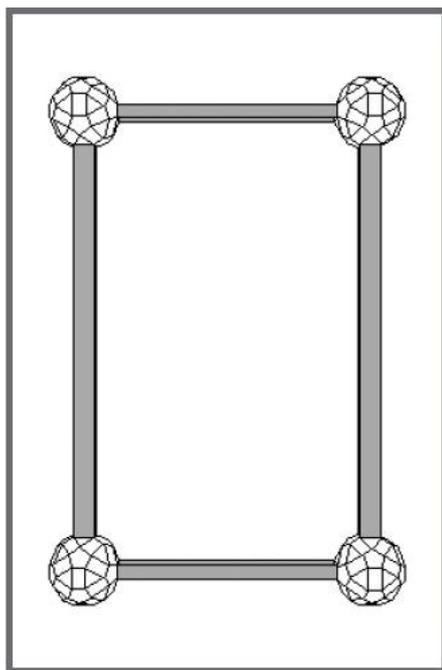
#### 必要な材料

- 25~30人の生徒に対して、クリエイター・キットを1個
- オーバーヘッド・プロジェクター

#### 手順

クラスを4人ずつのグループに、均等にゾム・システムを配ります。10~15分位は、ゾム・システムで自由に試してもらいます。ゾム・システムについて発見したことを発表し、グループ内で話し合い、算数ノートに書きます。各グループを見てまわり、発見を的確に発表できるよう手伝います。

上記のことを試した後で、クラス全体の話し合いを持ちます。**ゾム・システムについてどのようなことがわかりましたか？ ノードにある穴はどのような形をしていますか？ どのストラットがどの穴に入りますか？** 数分話し合えば、クラス全体が、穴の3つの形の名前について合意するでしょう。

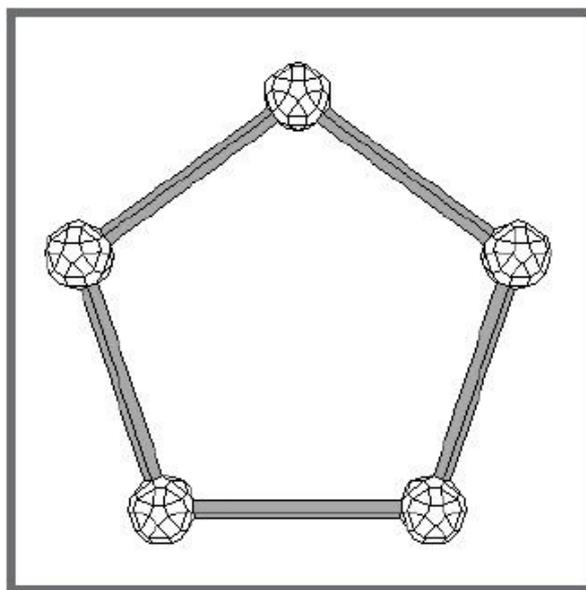


次は、ゾム・システムを使って長方形、三角形、五角形を作ります。各生徒は、そのうち最低ひとつを作ります。**黄金長方形**、**正三角形**、そして**正五角形**です。この3つの形は、授業の最初に試しに作った図形の中に見られることもあるでしょう。助けが必要な場合には、これらの図形のつなぎ方を教えましょう。一人で形を作るほうが難しいからです。三角形を黄ストラットで作り、赤ストラットで五角形を作ろうとする生徒がいるかもしれません。そうすると、おかしな形になるはずですが、このように、生徒には、ゾム・システムはできるときには寸分の隙もなくぴったりに出て上がり、ストラットが曲がったり、ねじれたり、張力が掛かりすぎていたら、それはゾム・システムの規則には合っていないのだということに気が付きます。これらはゾム・システムにひそむ規則なのです。

各グループで、ノードの穴のどれかと同じ形ができたと思う生徒がいたら、それをオーバーヘッド・プロジェクターに置いて、クラス全体から意見を聞きます。形がぴったり合えば、全員が納得するでしょう。合わなければ、正方形と長方形、**二等辺三角形**と正三角形、五角形と六角形等の話に発展します。クラスの年齢や経験レベルによって、用語を工夫します。専門用語よりも、概念を理解することのほうが大切です。

クラス全員が、3つの図形のうちどれかを作り終えたら、それを机の上に平らに置くように言います。その図形を**垂直**に立ち上げるような立体図形を作るためには、ノードのどの穴にストラットを挿したらよいかを考えさせましょう。

立っているストラットの断面の形と、机に接している長方形の関係（これが同じなのです！）を話し合ひましょう。ゾム・システムのこの特色は、かたちと数の関係を知るのに役立ちます。**長方形を表す数は何ですか？ 三角形は、どんな数ですか？ 五角形はどんな数ですか？ どうしてそれがわかりますか？** 生徒に、それぞれの形の頂点（ノード）の数と線（ストラット）の数を数えさせて、公式化させます。すぐに、五角形と三角形はそれぞれ、5の数と3の数だとわかるでしょう（5本の同じ線と5つの頂点、5つの角と対称な5本の線）。長方形の数は4だと感じる生徒もいるかもしれません。頂点が4つで、線が4本だからです。実は、2という数に最も関係が深いのです。つまり、2本の長い線と2本の短い線と、2本の対称線（訳注：鏡映対称の基になる線）です。この時点で、正方形は、4という数と合うことを伝えても良いでしょう。このかたちは、線がすべて同じ長さだからです。その後で、長方形に最もふさわしい数は何かを聞けば良いでしょう。



授業のまとめとして、記号の使い方について話し合います。どの記号が、2と3と5の数を表すでしょうか？ 数字の3でしょうか、三角形でしょうか？

### 評価

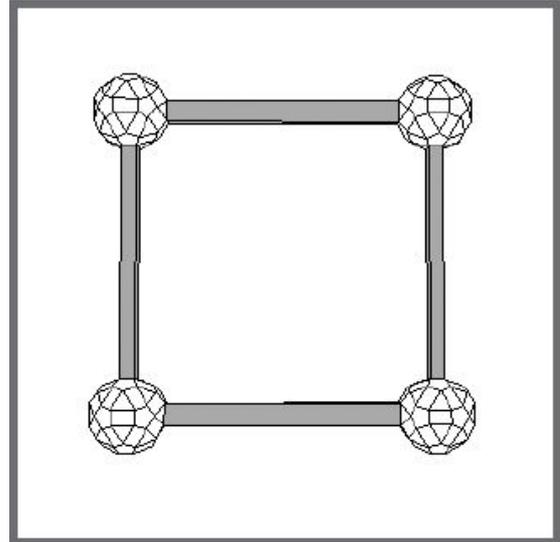
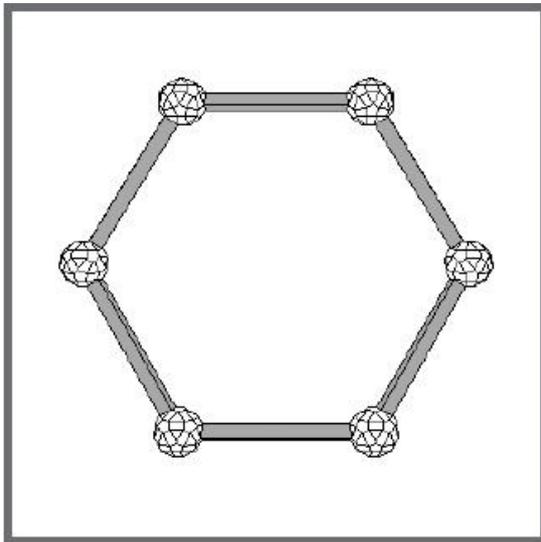
作業をする生徒を観察します。算数ノートに書かれたメモを点検します。合格となるためには、3つの基本的多角形が作れて、どうしてその形が2と3と5の数に関連するかを理解しなければなりません。

### 対応する基準

- \* 数字の感覚と数の計算に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)

### 発展学習の可能性

対称性の概念と自然界や建築物に見られる数のパターンの学習 (“鏡映対称性とは何か?”、“回転対称性”、“多重鏡映対称性”、“楽しいフィボナッチ”)。幾何学を使って、その他の数学的概念を理解することもできます。(“奇数と偶数”、“素因数”)



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 鏡映対称性とは何か？

#### 授業の目的

鏡映対称性について学び、幾何学や自然界におけるその関連性を発見する。

#### 既習事項

ゾム・システムで以前作業をしたことがあること。

#### 必要な時間

45~60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25~30人の生徒に対して、クリエイター・キット1個
- 手鏡

#### 手順

生徒に、対称性や対称な形について、何か知っていることがあるか聞いて見ましょう。対称形の定義を誰かが述べたらそれについて話し合い、どれか同意できる定義があるかどうか聞いてみましょう。**教室の中で対称な物があるとき、それはどうして対称であるのか説明できますか？**

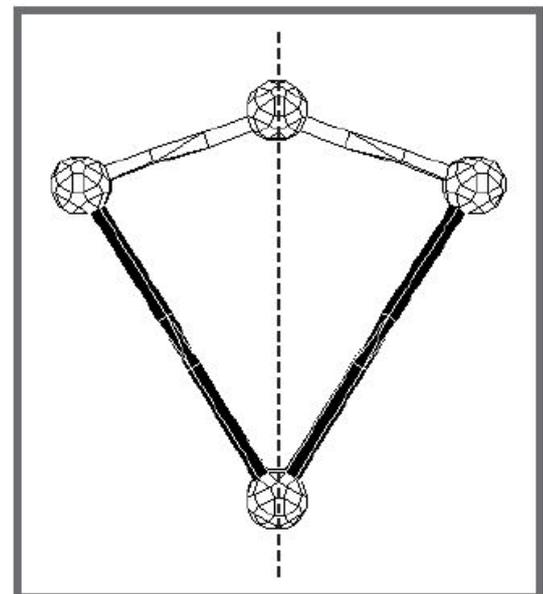
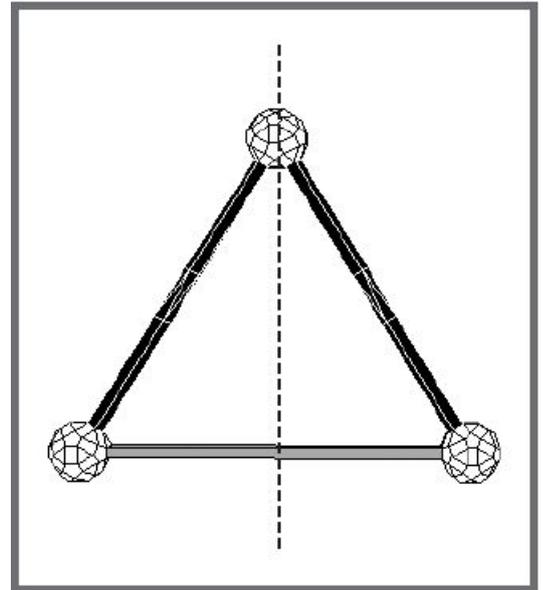
1人前に出てきてもらい、人間の体の中で対称性のあるものについて話し合います。**対称線とは、何でしょうか？** 対称な物体を同じ形に分割、または切断する線を対称線と呼びます。**もしこの生徒の真ん中を縦に切ると、切った両側は対称になりますか？ この人のどこを半分に分けたら対称な形になるのでしょうか？** 更に話し合いを続け、人間の体は、顔の部分などが均一でなかったり、髪型や体の内臓の配置などが対称でなかったりするために、完全には左右対称にならないことを、結論として導き出します。

生徒に、鏡を使って、顔や体の部分の鏡映対称を作るには、どうしたらよいか聞いてみます。**鏡映を見ると、何がわかりますか？** 顔の半分とその鏡映で、顔全部ができます。

**これは、本物の顔全体と同じですか？** 鏡映対称性の定義をノートにかいてもらいましょう。**人間の体を、真ん中から縦に半分に分ける以外に、対称の形に分けることはできますか？** 対称線は1本しかないことに気がつくでしょう。これは、**左右対称性**として知られている形です。

ゾム・システムを生徒に配り、何か左右対称の図形を作るように指示します。二次元の多角形を作っても良いし、もっと複雑な形として三次元の構造を作ってもよいでしょう。

4人1組になって、ひとつの作品をみんなの前で発表してもらいましょう。何か発見があれば、すべて算数ノートに書いていきます。年齢や空間認識力によっては、図形には対称線(面)がひとつ以上あることも多いことに気づくでしょう(それは単なる左右対称ではありません)。



黒板上か表を作って、左右対称な図形の属性を書いていきます。**動物は左右対称でしょうか？ 左右対称でなければ、動きにくいでしょうか？** 黒板に2つの欄を作ります。左右対称性と、左右対称性でない欄です。**左右対称な動物をあげてください。左右対称でない動物を思いついた人はいますか？ 対称性がいくつかあるものはありますか？** それから、その動物がどのように動くかを話し合しましょう。

**人間の作った構造物、例えばビルなどは、左右対称でしょうか？ どうしてビルは対称なものが多いのでしょうか？ それは、どのような対称形でしょうか？ 対称にすることの目的は、何でしょうか？** このように話を進めていく中で、生徒の作った形で例として使えるものは、なるべく挙げるようにします。

### 評価

生徒が構造物を作っている間、話し合っていることに耳を傾け、観察します。学年が上のクラスの場合には、算数ノートにわかったことを書いてもらいます。

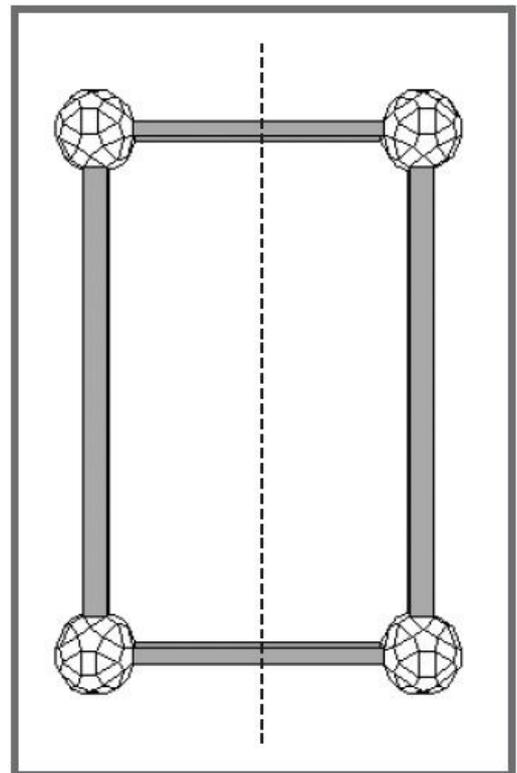
対称形を作って、その対称軸（面）を指摘できれば、合格です。動物や自然界の物体に見られる対称性の性質やその利点を言葉で説明できれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）

### 発展学習の可能性

その他の対称概念に関する上級の学習（“多重鏡映対称性”、“回転対称性”、“タイル貼りにおける並進対称性”、“らせん対称性”）。人間と動物の解剖学（“動物のかたち”）、植物の構造やバランス、人間の建造物の美、その他芸術作品における美しさ、など。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 多重鏡映対称性

#### 授業の目的

物体にはどうして1本以上、鏡映対称の線があるのかを理解する。人間の作った物体や自然界のものの持つ対称性を見ていく。

#### 既習事項

基本的な多角形の名前が言えること（“幾何学的なかたち”）と、ゾム・システムで作った作品の対称な線が見分けられることが必要（“鏡映対称性とは何か？”）。

#### 必要な時間

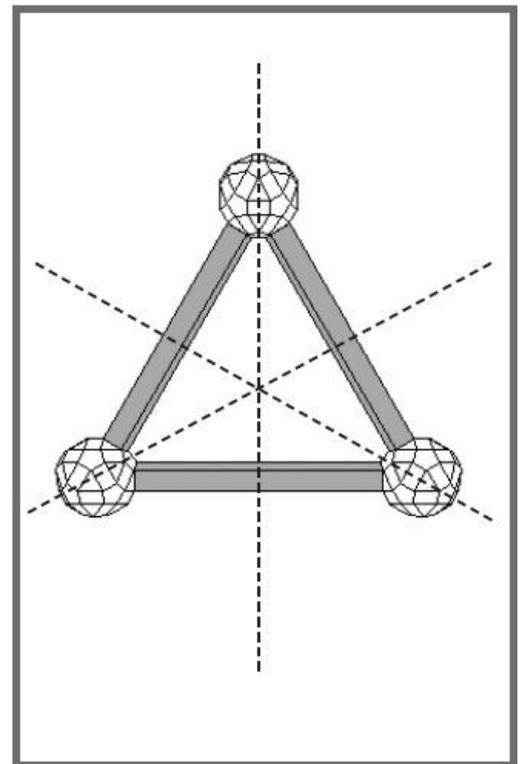
45~60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25~30人の生徒に対して、クリエイター・キットを1、2個。
- 3回対称性を持つ自然界のいくつかの物体。（バナナ、ピーマン、クローバー、きゅうり、花弁が3枚、6枚または9枚の花、ミツバチの巣、雪の結晶、など）
- 5回対称性を持つ自然界のいくつかの物体。（リンゴ、ナシ、ズッキーニ、ヒトデ、ウニ、花弁が5枚か10枚の花、カエデの葉、など）
- 手鏡

#### 手順

低学年の小学生のクラスの場合には、果物や野菜はあらかじめ切っておきます。中学年以上であれば、自分達で切ることができると良いでしょう。果物や野菜は、赤道部分を切って（訳注：中心軸の中央あたりを軸に垂直に切る）、中の対称性や切断面が見えるようにします。または、「自然の中の数」についてのポスターや挿絵を使うこともできます。これは教育関係の出版社から入手できるものです。



3~4人のグループに分け、ゾム・システムを配ります。授業で学習した鏡映対称性について復習します。**鏡映対称性とは、どういうものでしたか？** 多角形を作って、その図形の持つ対称性を探す作業をこれからすることを各グループに告げます。その多角形は、正方形、長方形、正五角形、正三角形、正六角形です。多角形の名前を、黒板に書きます。前回の授業では、鏡映対称の対称線を1本見つけたので、今回の授業ではここに挙げられた多角形には、複数の対称線があるかどうかを考えていきます。**この図形を、一方向以上で分割して、対称形を作ることができますか？** 必要に応じて、この考え方について話し合います。

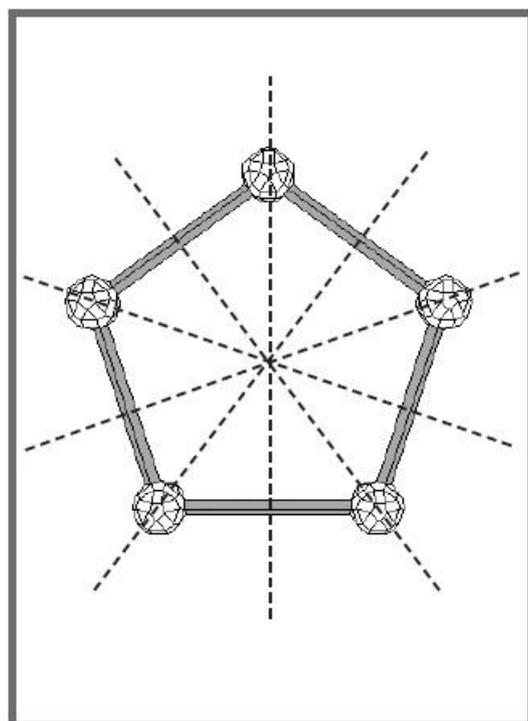
作業する生徒の様子を観察しながら、必要に応じて手助けをします。手鏡を使って、実際に対称形を作れたかどうか確認してもらいます。多角形の見えている半分と、手鏡に映ったもう半分で、完全な多角形ができます。

各グループの観察の結果を、黒板にまとめます。**それぞれの多角形の中に、いくつ対称線を見つけましたか？ 各物体には、いくつまで対称線を持てるという限界がありますか？**

結果を話し合い、それぞれわかったことを発表してもらいます。正多角形においては、対称線の数は、辺の数と同じだということに気づくでしょう。これは、長方形には当てはまりません。**その他の物体で鏡映対称性のものはありますか？ 例えば、「H」という字はどうでしょうか。それぞれの対称性の形として、何かよい名前があるのでしょうか？** 各グループで、名前を考えるのを手伝います。例えば三角形は、3回対称性、3方向対称性、または、三角形の対称性と言うことができます。

次は、用意した自然界の物体の出番です。各生徒に対称性をもつものを探させたり、クラス全体にそれらを提示してもよいでしょう。**いくつの部分から成っていますか？ どうして3や5という数字が頻繁に出てくるのでしょうか。ハチの巣や雪の結晶や花のように、6回対称性のものは、3回対称性のものとどのような関連性がありますか？ ( $3 \times 2 = 6$ ) かぼちゃやスクワッシュのように、10回対称性のものは、5回対称性のものと関係がありますか？ ( $5 \times 2 = 10$ ) 教室の中には、どのような対称性がありますか？**

生徒に、右の図で示した2つのゾム・システムの「星」を使って、3回対称性と5回対称性を説明してもらい、それぞれの理解度を確認します。



**評価**

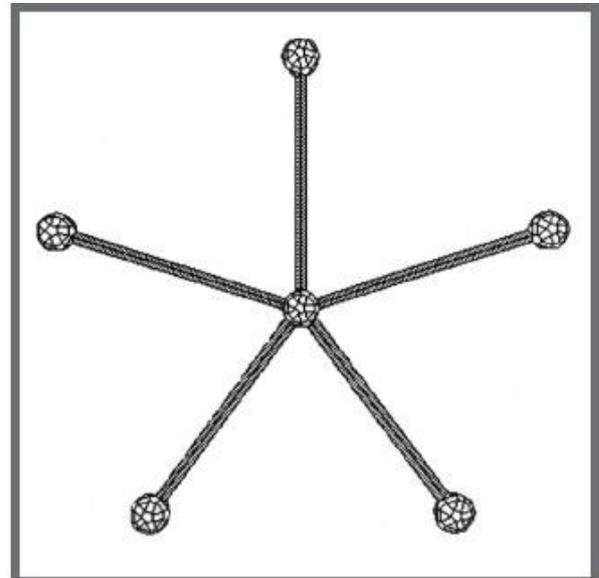
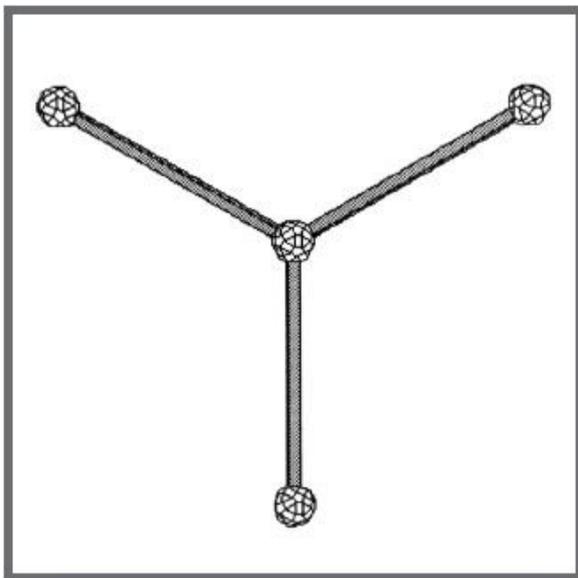
生徒たちがそれぞれ図形をつくることを観察します。年齢の上の生徒の場合には、算数ノートにわかったことを書いていきます。多角形を正しく作って、その中にある対称性を示すことができれば、合格です。幾何学の対称性と自然界の物体の持つ対称性の関連を言葉で表現できれば、基準レベル以上です。

**対応する基準**

- \* 数学的関連に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 数字の感覚と数の計算に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)

**発展学習の可能性**

この授業の続きとしては、近くの公園など自然環境に出かけ、「数学ハイキング」をします。そこでは、自然界に現れている数を探します。この探検は、フィボナッチ数列（“楽しいフィボナッチ”）や、生物学や地質学に関連したその他の数学的なパターンへと展開できます。その他の様々な対称性（“回転対称性”、“タイル貼りにおける並進対称性”、“多重対称性をもつタイル貼り”、“らせん対称性”）にも展開できます。また、アートやデザインの世界における幾何学と対称性の使い方について話し合うこともできます。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 回転対称性

#### 授業の目的

回転対称性とは何かを理解し、それが鏡映対称性とどのように異なるかを学習する。

#### 既習事項

ゾム・システムで作った図形の対称線の見つけ方を理解していること（“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”）。

#### 必要な時間

45~60 分の授業を 1、2 回

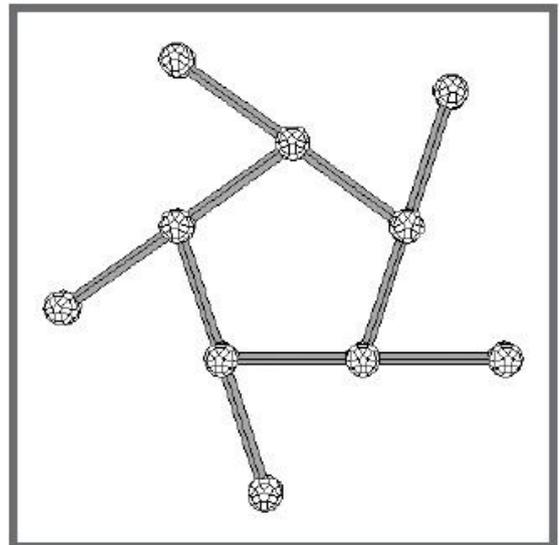
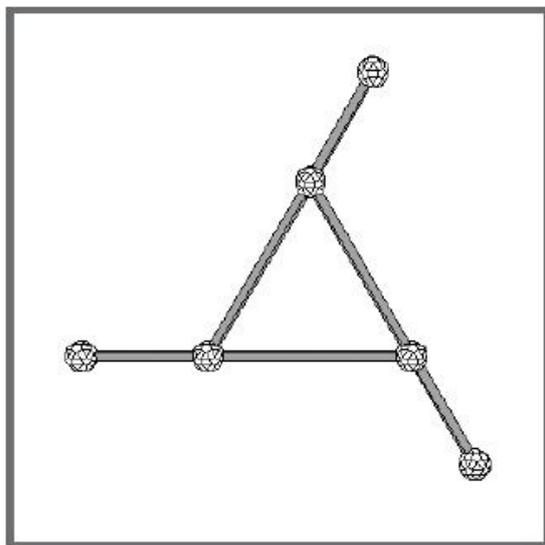
#### 必要な材料

- 25~30 人の生徒に対して、クリエイター・キットを 1、2 個。
- 風車、または回転対称を示すほかの物体
- 手鏡

#### 手順

授業の前に、黒板に正五角形を 2 つと、正三角形を 2 つ描いておきます。それぞれ 2 つ目の図形には、各辺から図のような延長線を引き伸ばして書き加えておきます。

まず生徒に、対称性の概念についてもっと調べようと伝えます。黒板に書かれた 2 つの見慣れた図形の、少し手を加えた黒板の図を分析します。**はじめの五角形は、鏡映対称でしょうか？** 答えが出されたら、鏡を使って、本当に鏡映対称であることを確かめます。次に、2 つ目の五角形を見て、鏡映対称かどうか聞きます。鏡を使って見た時、鏡映対称は元の形と全く同じ形にならないので、この場合にはそうでないことを確認します。三角形でも、これと同じことを繰り返します。**2 つ目の五角形と三角形は、鏡映対称ではありませんでしたが、それでも、どこか対称形のように見えませんか？**



3~4 人のグループに分け、ゾム・システムを配ります。各グループですることは、黒板に書かれた第2の図形と同じような対称性をもち、より複雑な図形を作ることです。その図形には、鏡映対称のものは含まないようにします。約15~20分程時間を与えて、各グループから1点代表作品を選んでもらいます。作っている間、グループの間で鏡をまわします。**そのデザインは、他のタイプの対称性を持っていますか？ この形で繰り返されているのは、どのような形ですか？ それは、どのように繰り返されていますか？** どのようにパターンが繰り返されているかを発見できたら、そのパターンの繰り返し方によって、そのタイプの対称性にどのような名前をつけたらよいかを尋ねます。話し合っ、回転対称性という名前が出てこなければ、板書します。

鏡を使って、鏡映対称の形には、右手と左手のような違いがないことを伝えます。つまり、鏡映された形は、元の形と全く同じであるということです。回転対称の形を、鏡を使って説明します。鏡映の形ではなく、図のように右回りか、左回りの対称となるということを示します。

授業の最後には、どのような例に回転対称性が見られるかを話し合います。**自然界では、このような対称の形はどんなところに見られますか？ 芸術作品では？ 教室の中では？**

生徒は、算数ノートに回転対称の図形を描きます。そこには、自分なりのその図形の定義も描いてもらいます。

## 評価

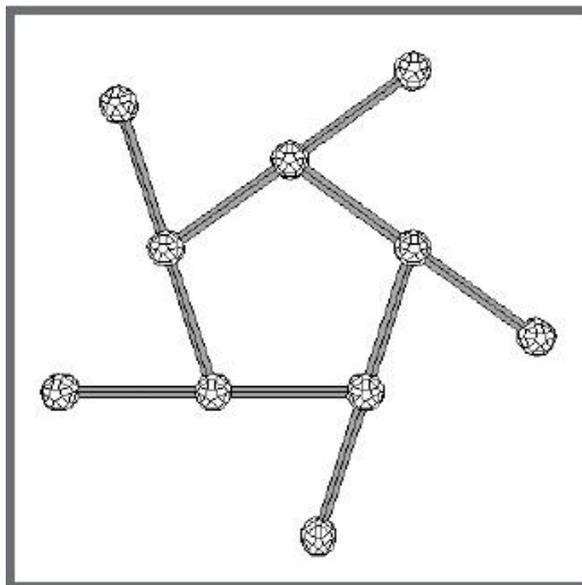
発表される図形の定義を、一人ひとりの生徒に聞いてまわったり、クラス全体に問いかけたり、算数ノートを点検します。合格レベルとしては、まず回転対称の図形を作って、その図形がどのような繰り返しの対称性を持つかを、正しく指摘できることが必要です。回転対称性の定義を正しく言葉で述べる事ができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

\* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)

## 発展学習の可能性

この授業は、対称性に関する次の計画のための必修授業です(“タイル貼りにおける並進対称性”、“多重対称性をもつタイル貼り”、“らせん対称性”)。また、自然界、アートやデザインにおける回転対称性について話し合うのも、良い入門となります。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 周囲長とは？

#### 授業の目的

周囲長の概念を学ぶ。低学年の生徒には、周囲長は、正確な測定というより、周辺の基本的な概念を理解することがより重要である。

#### 既習事項

基本的な幾何学的なかたち（“幾何学的なかたち”）についての知識。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

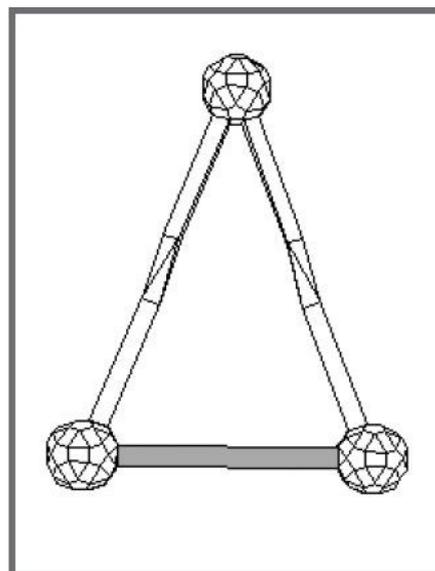
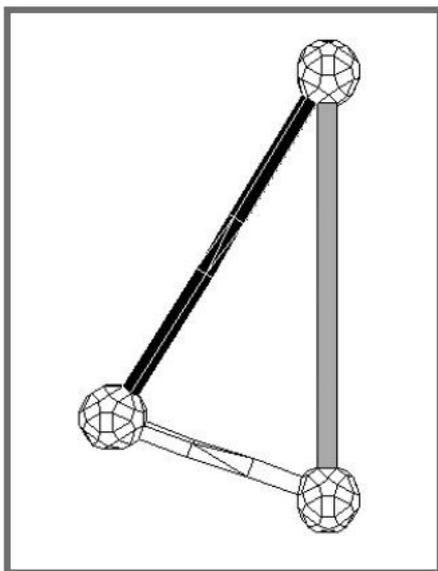
#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1、2 個。
- ひも
- 3～4 人の生徒 1 グループとし、各グループにはさみ 1 つ。

#### 手順

周囲長という用語を導入してください。周囲長とは、もののまわりの長さがどのくらいであるのかを示すということを説明します。**周辺を測る方法を知っていると、どんな役に立つのでしょうか？ どのような状況で、周辺を知ることが必要とするのでしょうか？**（フェンスを築く時 衣服を作る時など）**どうやって我々は、三角形のような幾何学的なかたちの周辺を決めることができますか？** 三角形の周辺を決定している方法をブレーンストーミングで考えさせます。

ひもを使って周辺の長さを測ることが可能だということを説明してください。ゾムの三角形を使って、それをどのように行うのかを実演します。



生徒を3~4人のグループに分けてください。そして、ゾム・システムのストラットと他の部材を配布します。各グループは、指定された形（正方形、三角形または長方形）を作ります。各グループで、与えられた形で異なるサイズの2、3の形を作り、ひもを使って周辺を測ります。長いストラットでできた模型の周囲と、中程度、または短いストラットで作った模型の周囲は、どのように異なるかを考えてみましょう。どのグループも、クラス全体で発表するために、形の周辺を測定したひもを1本残しておいてください。

全体で、調査結果のプレゼンテーション、および大勢でのグループ議論をします。プレゼンテーションは、グループの代表、または共同ですることも可能です。**何を発見しましたか？ どの形の周囲が一番長かったですか？ すべての三角形は同じ周囲長を持ちますか？ より多くのストラットを使用した形は、より少ない数のストラットを使った形より必ず周囲が大きくなりますか？** 生徒に、お互いのひもの長さを比較して、どの形が最も長い周囲だったか、また、最も短かったかを比べてもらいましょう。1つの形が他より長い周囲をもつ理由はなぜなのか、問題提起してください。

低学年の生徒にとって、この授業は、周囲の概念を知ることが目的です。より年上の生徒（2年生）は、周囲についてのまとめを算数ノートに書いても良いでしょう。

## 評価

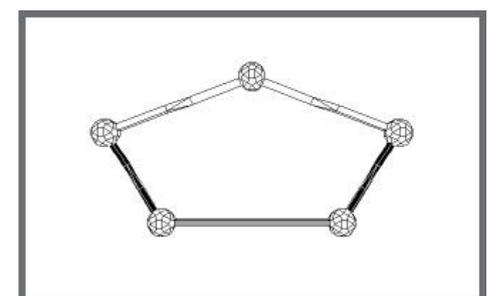
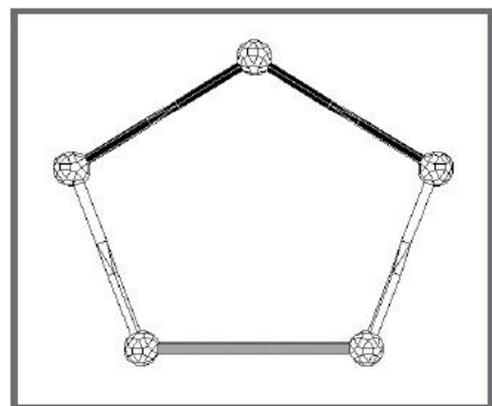
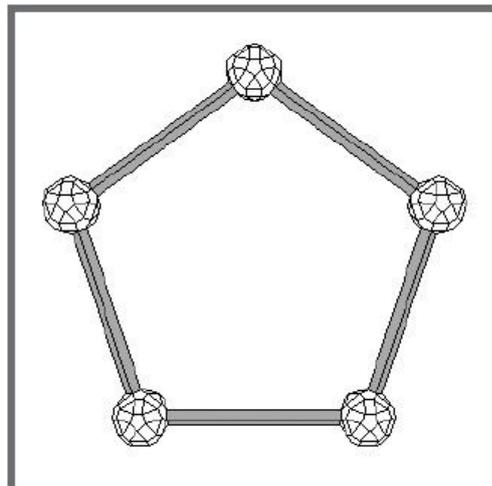
活動中は生徒を観察し、発見したことについて質問してください。単純な多角形を作り、ひもで多角形の周囲部を測ることができれば合格です。周囲の測定が実際にどのような場面で使われているのか発表でき、どの形が最も長い周囲を持っているかを判断することができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）
- \* 測定に該当する数学のレベル（NCTM レベル 10）

## 発展学習の可能性

多角形と三次元形（“二次元多角形”、“三角形に挑戦”と“二次元と三次元のかたち”）の継続的な調査。周囲および他の測定を応用するより高度な学習（“周囲長のパズル”、“面積とは何か？”、および“初心者に体積を教える”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 周囲長のパズル

#### 授業の目的

周囲の長さの概念や、構造物の周囲長を測る方法を学ぶ。

#### 既習事項

基本的な幾何学的なかたちについての知識（“幾何学的なかたち”、“二次元多角形”、“三角形に挑戦”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対してゾム・システムのクリエイター・キット 2 個

#### 手順

裏庭、アパートまたは遊び場を囲んでいるフェンスがあるかを、生徒に尋ねることから始めます。フェンスの目的は何ですか？（安全性のため、犬を庭から出さないようにするため、プライバシー等）誰がフェンスを作りますか？ どのようにして、人々はフェンスの計画を立てることに取りかかりますか？ どれだけの材料がフェンスのために必要か、どのようにしたらわかりますか？ フェンスの量を決めるために、周囲長の測定が必要なことを、生徒に話し合ってもらいます。

黒板に 4 つの辺を持つ図を描いてください。図の形には辺がいくつあるか学生に尋ねてください。その答えが 4 であることがどうしてわかるか生徒に尋ねてください。生徒は、「数えればわかります」と答えるでしょう。何かの周りにフェンスや境界を作る時、その距離を測ります。それを、周囲長と呼びます。

ゾム・システムを使用し、様々な幾何学的なかたちの周囲長を計算することに取り組みます。算数ノートに表を書き写しさせてください。クラスを 3～4 人のグループに分割して、ゾム・システムのパーツを配布してください。チームで次の幾何学的図形（正方形、五角形、菱形、直角三角形、正三角形、長方形）を作成し、それらの周囲長を計算します。生徒は算数ノートにグループの活動や、発見したことを記録します。

最後に、各々のグループに、教室の机のうちの 1 つのまわりにフェンスを作るよう伝えます。フェンスは、最も費用効率がよい計画を用いて建てます。生徒は、算数ノートに今書き写した表を参照します。表の測定値は各ストラットのコストと等しくなっています。例えば、1

〔周囲長測定のための表〕

サイズ	色	測った値 (コスト)
短い	黄	1
短い	赤	2
短い	青	3
中くらい	黄	4
中くらい	赤	5
中くらい	青	6
長い	黄	7
長い	赤	8
長い	青	9

本の短い黄ストラットは 1.00 ドルかかります。長い青ストラットは一本 9.00 ドルです。実際に作る前に、適切な戦略を話し合います。**フェンスがいくらかかるか予測することができますか？ どの色のフェンスが最も安いでしょうか。上に述べた多角形の1つに類似しているフェンスは、自由な形をもつフェンスより安いか、またはより高価になるでしょうか？**

生徒は様々なアプローチで実験して、そのすべてを算数ノートに書き留めます。授業のまとめとして結果をグループで議論します。この授業は、周囲の長さを見つけるためのストラットの測定をすることに発展することができます。

### 評価

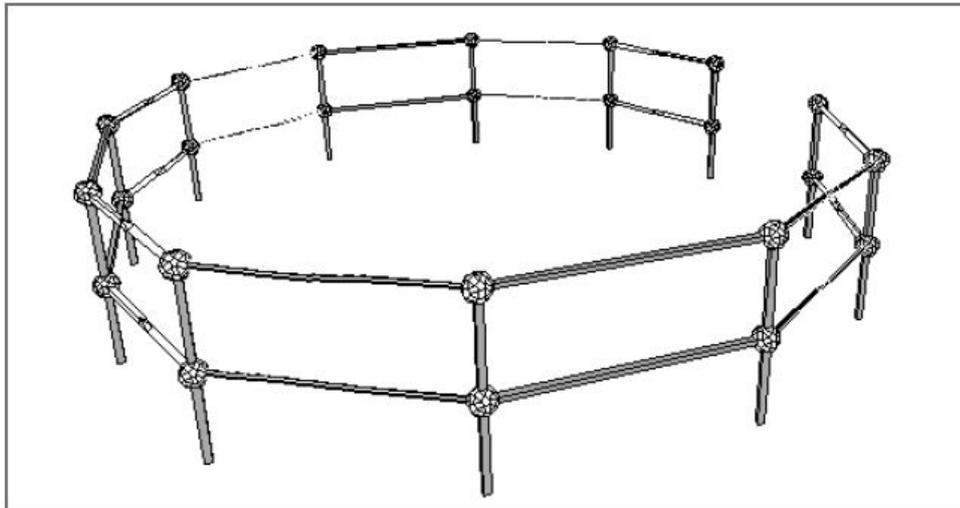
生徒の活動を観察し、算数ノートを確認してください。リストアップした多角形を作って、その周囲を求めることができれば、合格です。チームで「フェンス」を完成し、この建設の予算を計算することができれば基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 幾何学及び空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学的レベル (NCTM レベル 10)

### 発展学習の可能性

測定に関する、より高度な作業（“面積とは何か？”、“空間測定 II 体積”）および建設のための予算決定または、その他の経済的な概念（“世界で一番高い塔”、“橋を架けるプロジェクト”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 面積とは何か？

#### 授業の目的

面積の基本を学ぶ。低学年にとって、この時点では面積を正確に測定する必要はなく、面積の一般的な概念を理解することがより重要である。

#### 既習事項

基本的な幾何学的なカタチ。生徒が形を作るのであれば、以前ゾム・システムを使って遊んだ経験が必要。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1、2 個
- 大きな袋入りの乾燥した豆、発泡スチロール製の小球またはそれに類似した物。

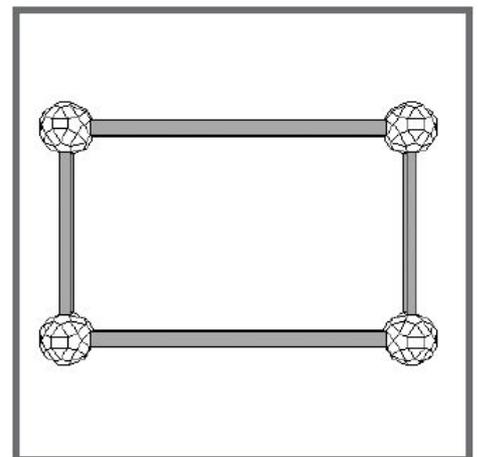
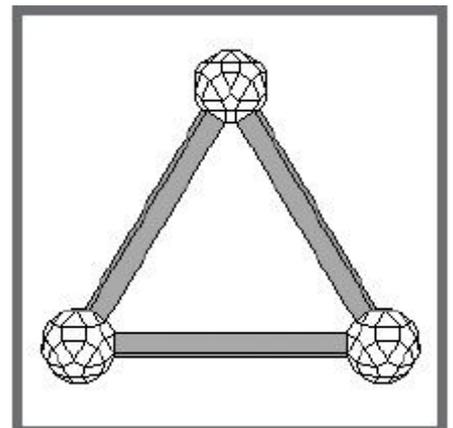
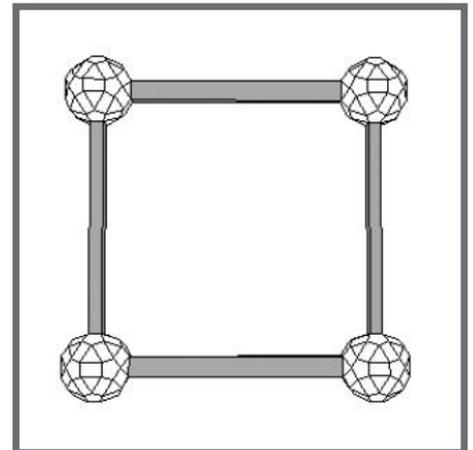
#### 手順

面積という用語を紹介してください。物の面積が何を意味するのかを説明してください。私たちは、どのように正方形の面積を知ることができるのでしょうか？ 一旦それがわかったら、どのようにその面積を記述するのでしょうか？ 誰か、正方形の面積を見つけるために、この豆をどのように使用したら良いか考えることができますか？

ある形の面積を決定するための単位として豆を使用するということをクラスに説明してください。正方形の面積を決定する方法を決めてください。（つまり、豆によって四角形を充填し、いくつの豆が使われたかを数えてください。）

1年生と2年生は、クラスをチーム（正方形チーム、長方形チーム、および三角形チーム）に分けます。各チームに彼らが担当する形を作ってもらいます。チームはそれぞれ、その面積を決定するためにその形を豆で充填します。各チームのうち、1人を記録係にします。作った形のうちの1つをいっぱいにした豆の数を記録しましょう。幼稚園の場合は、先生のまわりをすべての児童が大きな円で囲み、先生がやってみせます。一旦、それぞれの形の面積がわかったら、何を学習したのか話し合ってください。

どの形が、最も面積が大きいですか？ どの形が最も小さいですか？ それはなぜですか？ 形の面積を測ることができる他の方法を思いついた人はいますか？ エリアラグ（小さな要素を敷きつめて作るじゅうたん）は、どうしてエリアラグと呼ばれるのでしょうか？ （訳注：「エリア」は面積、「ラグ」は小さいじゅうたんを意味する。）



### 評価

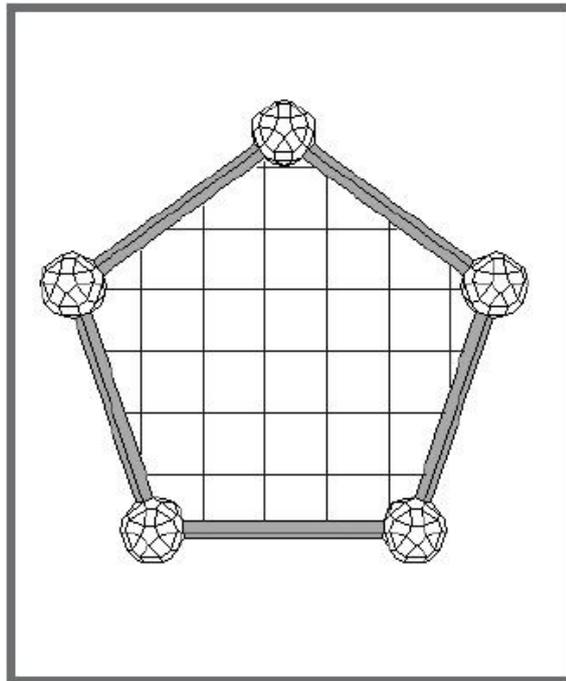
生徒の活動を観察してください。生徒に調査の結果について質問してください。低学年の生徒にとって、この授業では面積の概念を知ることが目的となります。年上の生徒(つまり2、3年生)は面積に関してわかったことを算数ノートに書くことができます。面積の概念を理解すれば、合格です。数と数式を使って、その面積の大きさを計算することができるということがわかれば基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学的レベル (NCTM レベル 10)

### 発展学習の可能性

面積を決定する標準的な測定ユニットの使用。体積 (“初心者”に体積を教える) の概念を導入する。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 初心者に体積を教える

#### 授業の目的

掛け算をまだ学習していない低学年の生徒のために、体積の概念を導入する。この学年では、体積は正確な測定でなくてよい。

#### 既習事項

ゾム・システムの使用経験があり、基礎的な幾何学的図形（“幾何学的なかたち”、“まわりを見渡せば幾何学だらけ”）、また面積（“面積とは何か？”）の概念を知っていること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

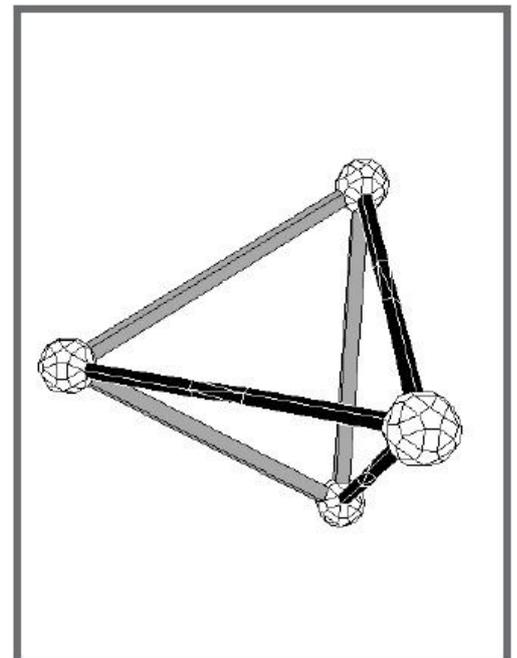
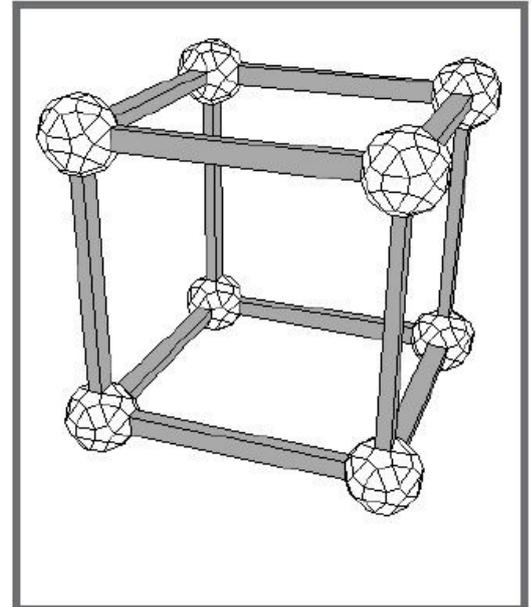
- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キット2個。
- 大きな袋入りの乾燥した豆、発泡スチロール製の小球またはそれに類似した物。

#### 手順

体積と呼ばれているものに取り組むことを生徒に説明してください。**この用語が何を意味するか誰か知っていますか？** クラスを2～3人の生徒のグループに分割して、ゾム・システムのパーツを分配してください。グループの第1の作業は小さな「箱」を建造することです。箱は、彼らがすでに知っている多角形のどれからでも構成することができます。立方体、角錐、いろいろな角柱など、すべて大丈夫です。グループの作業に10分間の時間を与え、生徒らに箱の形を決めて完成させます。

体積とは、物体の内部にどれだけのものを入れることができるかを表わす数であることを説明してください。**どのようにして、私たちは体積を見つけることができるでしょうか？ 私たちは、一旦それを見つけたら、どのように体積を書き表しますか？** 箱の体積を測定するための単位として豆を使用することをクラスに説明してください。豆を各グループに分配します。各グループは、箱の中に何個豆が入るか、どのように測定するかを考えます。生徒は、議論や異なる考えをノートに書き留めておきます。

巡回し、生徒が実験している間、質問してください。グループの中には、豆が箱の側から飛び出すのを抑えるために、手を使うものもいれば、どれくらいの豆が容器の底をうめているかを確認してから、箱の中で何層豆を積み重ねることができるかを予測するグループもあるかもしれません。底の豆の数を、重ねた層の数だ



け足していくことで、答えを出します。足し算を繰り返すことは、もちろん掛け算への第一歩です。立体の側面を下にして、豆を積み重ねていくグループも出るかもしれません。そうすれば正確に何層積めるかがわかります。

15分経ったら、またはすべてのグループに答えがでた時に、いったん作業をやめます。各々のグループに、作った形をクラスの皆に発表してもらい、いくつくらい豆を入れることができたかを伝えてもらいます。どうしてこの答えを導き出したかを説明してもらいましょう。

グループごとに、何を学習したか話し合ってください。**この練習は、難しかったですか？ どうしてですか？ または、どうしてそうではなかったのでしょうか？ どの構造で一番たくさんの豆が入りましたか？ どれが一番少なかったですか？ 豆で体積を測定する方法として、どれが最も速かったですか？ どの方法が最も遅かったですか？ どの方法が最も正確なものでしたか？ もし、容器がはるかに大きければ、方法はすべてうまくいっていたでしょうか？ 層を数えた人々のために、すべての層の豆の数を合計するより早い方法がありますか？ 生徒は、体積の単位として何かを知っていますか？ どんな状況で、我々は体積を知る必要がありますか？** 体積とその用途についてのいくつかの観察を個々に書き留めるよう生徒に伝えて、授業を終えてください。

## 評価

グループ活動中、生徒を観察してください、そして、生徒にわかったことについて質問してください。体積についてグループと個々の記録を点検します。

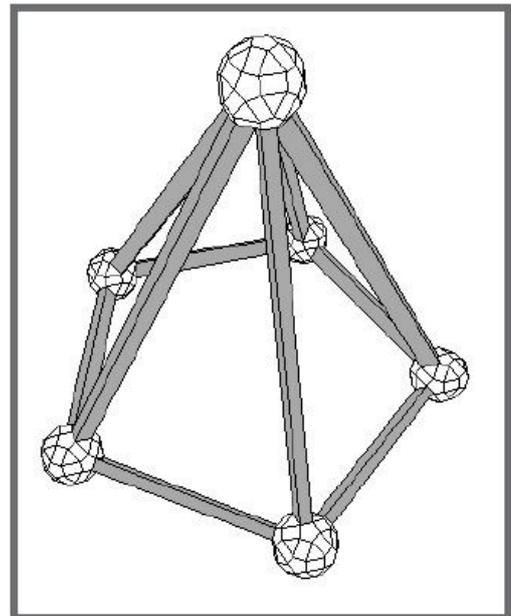
単純な方式で体積(豆を用いた)を計算する方法を考案できれば、合格です。もっと標準化された測定単位が必要だという結論に達したら、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学的レベル (NCTM レベル 10)

## 発展学習の可能性

体積を決定する標準的な測定単位の使用。掛け算の導入。体積と面積（“空間測定 I 長さと面積”と“空間測定 II 体積”）の相互作用に関する学習。



## 物理学 初級コンセプト

### ➤ 泡から始める

#### 授業の目的

ゾム・システムで作る泡を調査する。泡が3回対称となることを確認する。

#### 既習事項

一連の対称性（“鏡映対称性とは何か？”）を識別する能力と同時に、数（“かたちと数”）に幾何学的図形を関連づけるという予備知識。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

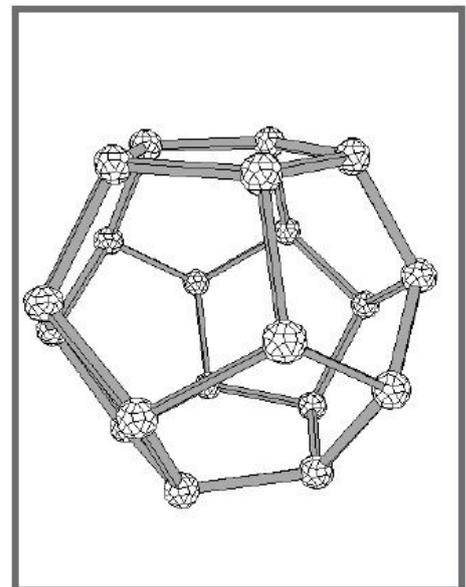
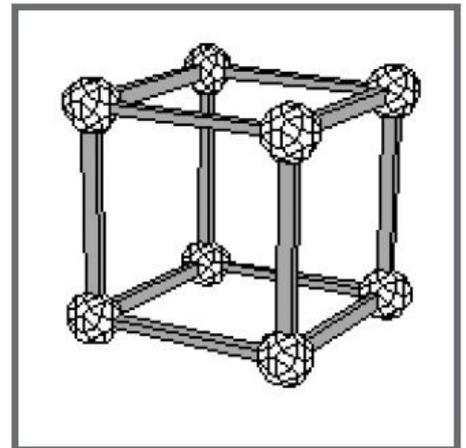
- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個
- バケツ 5、6 杯の水。各々、石鹼水をカップ 1/3 入れる。
- ストロー 2、3 本
- オーバーヘッド・プロジェクター

#### 手順

ゾム・システム・マニュアル 2.0 中の泡(5～7 ページ)についてのセクション(ゾム・システム・キットに付属したカラーパンフレット)を読んで準備をしてください。泡をより持続させるために、授業の前日シャボン液を調合してください。2、3 滴のグリセリンを加えても構いません。溶液が、泡を作るのに十分な強さがあるか確認します。教室にバケツを置き、生徒がバケツのまわりで活動できるスペースを作ってください。床とワークスペースに新聞紙を敷いて、水滴が飛び散った液を吸い取るようにします。

クラスを 3～5 人のグループに分割して、1 つのバケツの側に生徒を全員集めてください。泡がどのようになるのか生徒に尋ねてください。**泡は常に丸ですか？ どうやって確認することができますか？** 確認するためには、実験を行わなければならないと気づくまで、議論を導いてください。ゾム・システムの構造を作り、それらを溶液に浸すことによって泡が作れるのであろうと生徒に話します。大きな混乱を避けるために、生徒らがシャボン玉を吹くのは止めさせます。最初の 20 分間、生徒は自由に実験して、調査結果をノート記します。

生徒の実験中巡回し、必要に応じて補助してください。生徒の作成した構造を例にして、泡の興味深い特徴を他の生徒たちに指摘しましょう。**水平な多角形と3次元構造ではどちらがおもしろいですか？ それは、どうして？** **ぬれた指は泡をこわさないけれど、なぜ乾燥した指は泡をこわすのですか？** 生徒は、そのうち立方体や四面体のような簡単な構造の方が、多数のストラットでできた複雑な構造より、わかりやすく、より興味深いシャボン膜の組合せを作ると気づきます。さらに、最初に構造全体を浸し、次に部分的に沈めることにより、構造の内部に空気を閉じ込めることができることを生徒が理解するよ



う導いてください。立方体の構造を2度浸すと、立方体の泡を中に作り出し、四面体の構造は四面体の形をもつ泡を生むというように、ますます複雑な形でも同様に作ることができます。ストロー（乾燥しているストローでは泡をはじいてしまうので、湿ったストロー）を用いて、空気を吹き込むか、吸い出すことによって、泡のサイズを変えてください。

クラス全員で、ボードの上、またはフリップチャート紙の上に調査結果を集めてください。**なぜ泡は、外部でできるのではなく、ゾム・システム構造の中心の方へ入りこむのでしょうか？**（泡は最小の表面を求めようとする力があります。低学年の生徒は、泡が「怠け者」であることの意味を理解します。構造の中央に共有されたシャボン膜をつくることは、より少ない泡やエネルギーですみます。）

**泡が互いに同時に触れることができるのはいくつなのか、誰か気づきましたか？**（バケツの中の球状の泡、または構造の内部のシャボン膜を見てください。）

プロジェクターに透明シートを置いて、その上にほんの少量のシャボン液を注いでください。泡が常に3個ずつが接触することを示すために、シートの上でストローを吹き、いくつかの泡をつくってください。プロジェクターによって見える影は、泡が接触するところならどこでも完全な3回対称性を示すでしょう。**シャボン膜の間の角度は何度ですか？ 同じ3回対称性を示すゾム・システムの構造を作ることができますか？**

すばらしい泡を簡単に作ったゾム・システムのシンプルな構造に戻ります。**泡の構造物中で、膜が交わってできる線を形成するために、いくつのシャボン膜が接触しますか？** 最もすばらしい泡は、各々のノードにストラット3本がささっている構造で作られたことがわかります。泡に対して、3という数が一貫して持つ意味について、簡単に話し合ってください。

この他にも泡を使用したゾム・システムの授業があります。溶液はその授業のために保存して下さい。

## 評価

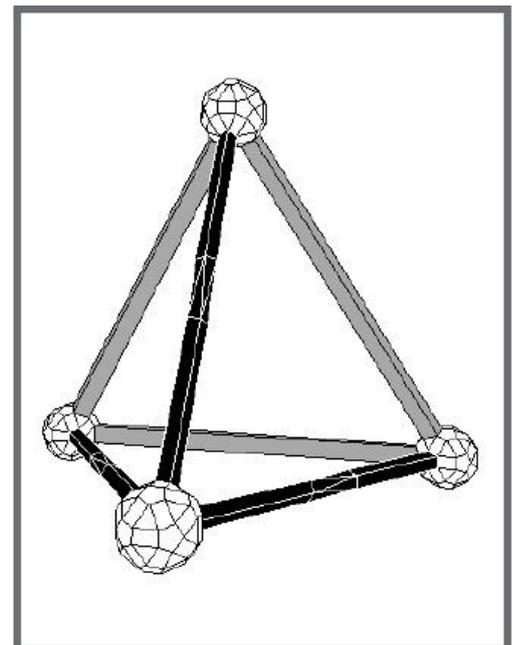
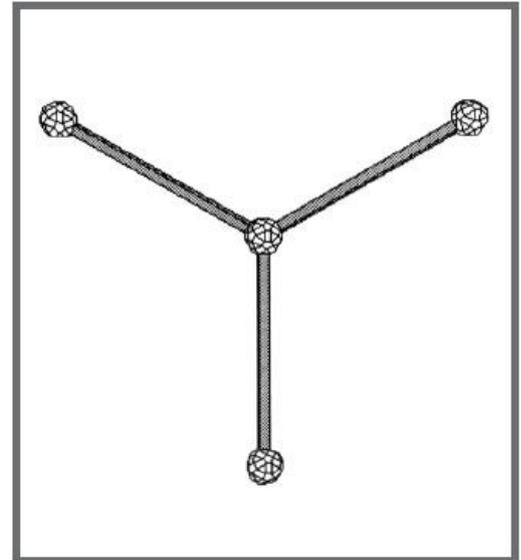
生徒の活動を観察し、わかったことをグループに質問します。2,3の生徒に、3回対称性を他のグループに示すように依頼してください。高学年の生徒は、算数ノートにわかったことを書きましょう。効果的な泡を作る構造物の型を言葉で表すことができれば、合格です。泡、ゾム・システムの構造、および3という数の間に関連をつけることができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

自然の法則の整合性、特に表面張力と自然界の最小エネルギーの整合性に関する科学レベル。

## 発展学習の可能性

泡のより発展した研究（“バブル II 極小曲面”）。表面張力と自然の最小エネルギーに関する物理学の授業。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 菱形

#### 授業の目的

四角形のひとつである菱形（ダイヤモンド）について学び、類似性についての考えをふりかえる。

#### 既習事項

多角形を考察するための基礎知識（“幾何学的なかたち”、“かたちと数”および“相似な三角形”）。

#### 必要な時間：

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料：

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1、2 個
- オーバーヘッド・プロジェクター
- 両面テープ

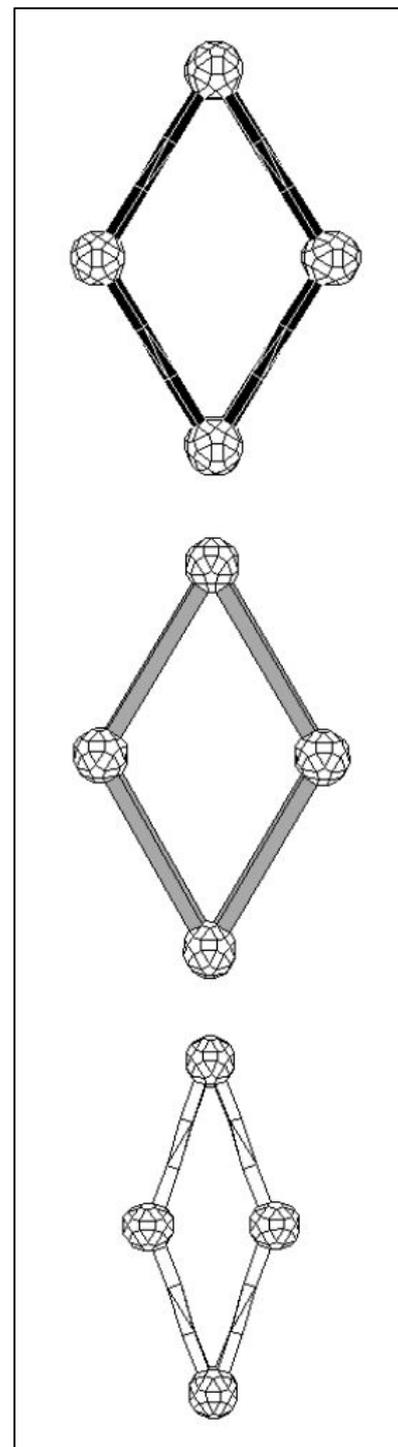
#### 手順

ゾム・システムで作った菱形を両面テープで貼り付けることができるように、黒板をきれいにしておきます。菱形は何度か作り代える場合があるので、チョークの塵を除去しておきます。

クラスを 4 人ずつにグループ分けをして、ゾム・システム・エレメントを均等に分配してください。各グループは、20 分でできるだけ多くの平らな菱形（またはダイヤモンド形）をつくることに挑戦します。作り出したすべての菱形を分類する方法も見つけます。もし生徒が、「菱形」とはどういう意味かを尋ねたら、定義を生徒自身で考え出すよう促しましょう。菱形の最もよい定義ができるよう示唆してください。生徒たちは、それをグループメンバーが作った他の菱形と比較することができます。グループは作られたすべての形について話し合い、菱形の定義に関して一致した結論に到達した上で、自分たちで納得する分類法で分類します。生徒は算数ノートに調査結果と定義を書きとめます。

活動が終了したら、グループの代表者一人が、彼女／彼のチームが発見したすべての菱形をクラスに発表します。誰でも各々の菱形の概略を見ることができるように、発表者はオーバーヘッド・プロジェクターを使ってもよいでしょう。発表者は、グループが合意した考え方によって、菱形を分類します。教師あるいはメンバーは、両面テープを使って黒板に菱形を貼り付けます。

他のグループが発見した形を、そのグループの代表がボード上に表示された物と比較することができるようにしてください。**生徒たちは、さらなる菱形を見つめましたか？ 示された形は、すべて本当に菱形ですか？ 菱形を分類する方法が、他にもありますか？**（最も太いものから最も細いものへ、最も大きいものから最も小さいものへと分類する、色



によって分類する)

表示された中にない菱形を見つけたグループに、それも提示して、分類体系に組み入れるように伝えてください。あらゆる菱形が最もふさわしい方法で分類されたとクラス全員が確信したら、生徒たちは発見したことを話し合います。

**「菱形」の定義は何ですか？ 菱形にはすべて同数のストラットがありますか？ ノードはどうですか？ それぞれはどんな数ですか？ それらはすべて、同じ色のストラットだけで作られていますか？ それはなぜですか？ いくつの異なる青い菱形が作れますか？ 黄色のものは？ 赤いものは？ 小さな赤い形と大きな赤い形の違いは、何ですか？ 同じ形とは、どういう意味ですか？ 正方形は、菱形のひとつですか？**

**正方形と他の菱形との共通点は何ですか？ どのようにして、正方形を菱形に変えることができますか？ 正方形は、菱形を投影してつくることができますか？ 正方形を投影して菱形をつくることができますか？**

新しい語彙を導入したいと思うかもしれません。等しい長さの4つの辺を備えた二次元の形は**菱形**です。等しい角度をもち、異なるサイズの2つの形は**相似**です。**正方形**は90度の角度を備えた特別なタイプの菱形です。**風の形**は、2つの異なる長さの辺を持ちます。風の形は、菱形ではありません。

## 評価

生徒の活動を観察してください。そして、個人とグループのメモを評価してください。「菱形」を定義し、これらの形を一貫した分類体系へ組み込むことができれば、合格です。菱形、正方形、平行四辺形と風の形を区別することができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 幾何学および空間認識に該当する数学のレベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学的のレベル (NCTM レベル 10)

## 発展学習の可能性

より高度な二次元、三次元の図形への展開、そしてその図形の名称（“二次元と三次元のかたち”、“四角形とは？”、“二次元と三次元のかたちの命名”）。

特定の菱形の特性の調査（“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”）。

## 数学 初級コンセプト

### ➤ 四角形とは？

#### 授業の目的

すべての四角形を定義し、作ることを学ぶ。(正方形、長方形、台形、菱形、平行四辺形、凧の形、凸でない四角形を含む)

#### 既習事項

基本的な多角形についての知識(“二次元多角形”)

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25人～30人の生徒に対して、クリエイター・キット2個

#### 手順

まず、生徒たちが知っている基本的な多角形の名前を挙げます。話を正方形と長方形に向けてください。**これらの2つの多角形の類似点は何ですか？**

4つの辺を持つ多角形は、すべて**四角形**と呼ばれるということをクラスに伝えてください。

**生徒たちは、他にも四角形の名前をあげることができますか？**

3～4人のグループ分けをし、ゾム・システムの要素を配布してください。各グループは、15分でできるだけ多くの異なる四角形を作ります。四角形を作りながら、形の名前について議論しましょう。先生は見てまわって、必要なときに支援してください。**四角形は同じ角度を持っていなければなりませんか？ また、四角形は平行線を持っていなければなりませんか？**

クラス全体に戻り、グループの代表に自分たちが見つけた形を発表するよう指示します。発表された形について議論してください。生徒がそれらの形の定義を考えるために必要となる概念を話してください。例えば、**凸と、凸でない多角形の違いは何ですか？ 各々の四角形は、どのように他と異なりますか？ それらの特徴は何ですか？**

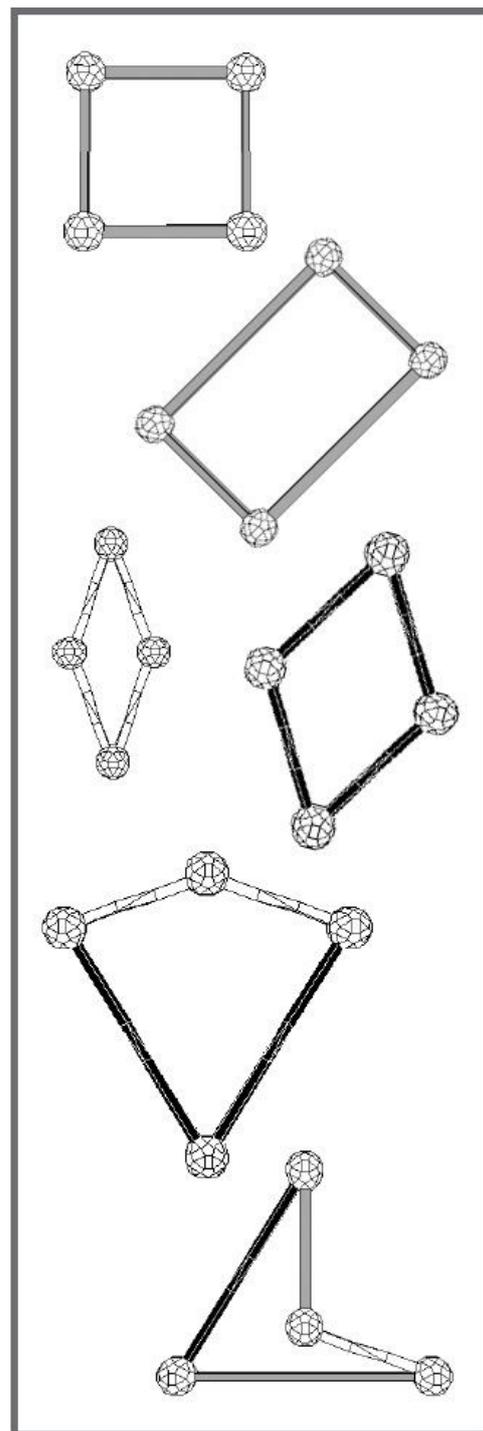
黒板上に形の名を挙げていき、生徒が同意する定義を書いてください。例えば、

四角形：4つの辺を持つ多角形の全部。

台形：最低1対の辺が平行である。4つの辺の長さがすべて異なる場合もある。

平行四辺形：互いに平行な2対の対辺。対辺は、等しい長さ。

菱形：2対の両辺平行。2ペアの対辺は平行。4つの辺はすべて同じ長さ。



正方形：対辺は平行。辺はすべて等しい長さ、角度はすべて $90^\circ$ 。  
 長方形：対辺は平行、対辺は等しい長さ、すべて角度は $90^\circ$ 。  
 凧の形：平行線はない。1組の対角が等しい。

黒板にこのページで示す「分類チャート」を描いて、異なる四角形が互いに関連があることを話し合います。**すべての正方形は、菱形ですか？ すべての菱形は、正方形ですか？ すべての長方形は、平行四辺形ですか？ すべての平行四辺形は、長方形ですか？ すべての平行四辺形は、台形ですか？ すべての台形は、平行四辺形ですか？** 生徒が様々な多角形を区別することができるまで、質問を続けてください。定義に基づいてわかったこと、四角形の様々な例を算数ノートに書いてもらいます。

## 評価

生徒の活動を観察し、議論の間はノートをとってください。

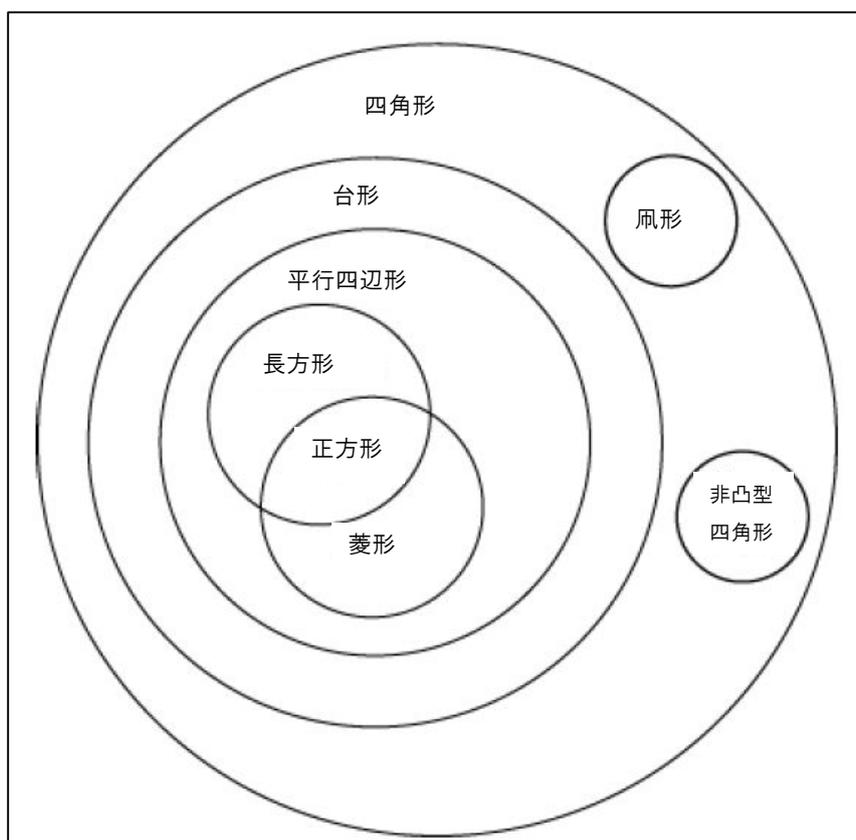
算数ノートに書かれた定義と図を評価してください。様々な四角形の名前を正しく挙げる事ができれば、合格です。四角形を区別する定義も言葉に表すことができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

## 発展学習の可能性

タイル貼りに関する学習 (“四角形でタイル貼り”、“四角形タイル貼りの対称性”と“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”)。



## 数学/芸術 初級コンセプト

### ➤ タイル貼りに挑戦

#### 授業の目的

モザイクと反復パターンの基本的な概念を学ぶ。

#### 既習事項

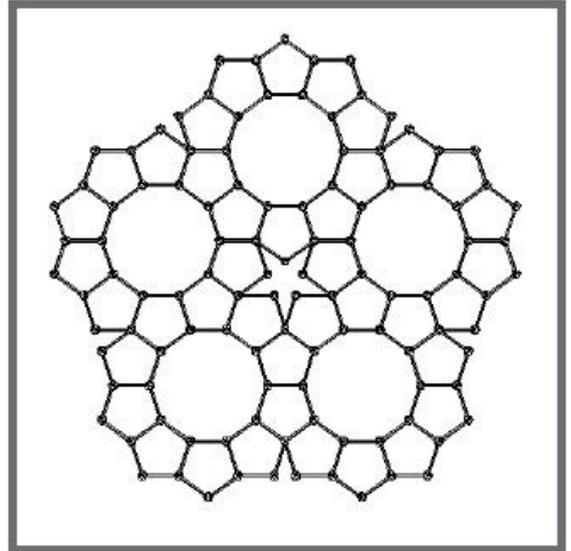
基本的な幾何学的なかたちについての知識。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 2、3 回。

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個
- アン・ウィットフォードによる周りの 8 つの手
- オーバーヘッド・プロジェクター（可能であれば）



#### 手順

形、角度、三角形、および立方体の概念を簡単に説明し、授業を始めます。グループになって、生徒が記憶することができるすべての種々な形をブレンストーミングしてください。

次に、クラスで本を読みながら、生徒に各ページの様々な幾何学的図形に気づかせてください。**キルト**（注：布をつぎ合わせて作る手芸）**上の模様についてどのようなことに気づきますか？ どの幾何学的なかたちが使われていますか？ キルトの中で使用される形は単に1つですか？ それとも、いくつかの形の組み合わせですか？** 「モザイク」という用語を導入し、教室にある例（つまり天井タイル、カレンダーの正方形など）を見てまわらせます。

現代美術米国委員会から、ユニークなパッチワークキルトを作るよう依頼された生徒に話します。委員会からの「手紙」は透明シートにコピーし、オーバーヘッド・プロジェクターで見せます。書物に示されているキルトと違って、これらのキルトはゾム・システムから作られます。キルトは幾何学的なデザインを使っており、反復するパターンを持ちます。すべてのキルトは、展示のため指定された期限内に完成してもらいます。特定のサイズ（すなわち3フィート×3フィート）のキルトを指示してください。チームは、協力、問題解決、時間通りにピースを完成させることを通して、想像上の報酬を得ることができます。生徒が上記の期待に答えなければ、報酬は減少します。

クラス全員で手紙を読んだ後に、どのようにこのプロジェクトに取り掛かることができるかを議論します。ゾム・システムから始める前に、あるチームは幾何学ボードを使用したり、他のグループは紙上でそれらのキルトを計画したりするかもしれません。

計画が完成したら、各グループにそれぞれ大きな平らな表面を割り当てます。教室の床の区画が適切です。キルトは、授業の時間内には納品できなければなりません。生徒は、プロジェクトに取り組むとともに、キルトの最終期限をいつも念頭におきます。

キルトが完成されたら、クラスは特別披露パーティーを催します。ポップコーンまたは他の軽食を用意し、クラシック音楽を流して、意匠をこらしたアート展示会のような雰囲気を出しましょう。それぞれのグループは、キルトの創作品を紹介するよう依頼されます。**どんな幾何学的図形を使用しましたか？ どうやって最終的なキルトに到達しましたか？ 生徒達は、どんな形を敷きつめに使うのか、そして、どの形を他の形と結合しなければならないか学びましたか？**

グループはまた、学習したことについて算数ノートに書き、完成品について委員会に手紙を書いてもよいでしょう。その手紙には写真やパーツの説明を加えます。さらに、グループの技量を反省し、作品が報酬に値するかどうか話し合ってもよいでしょう。

### 評価

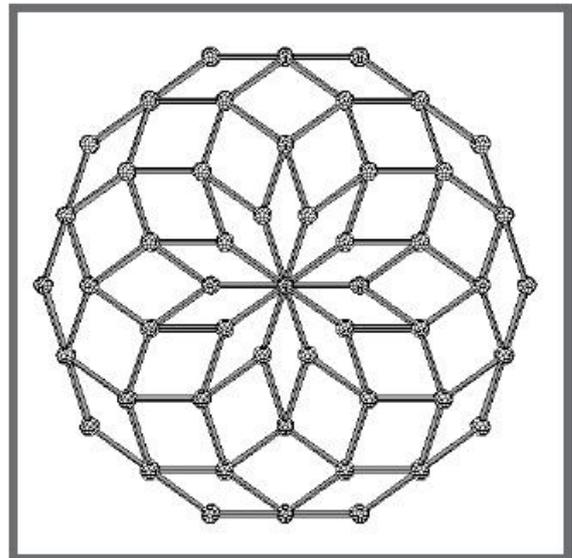
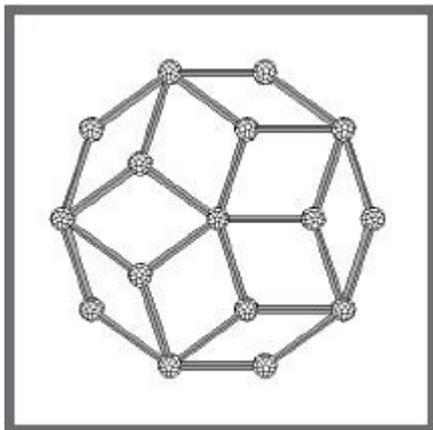
生徒の活動を観察し、彼らのデザインと敷きつめについて理解したことを尋ねてください。算数ノートと委員会への作文を評価してください。3 フィート×3 フィートのゾムシステムタイルを完成させ、中にどの幾何学形があるかを説明することができれば合格です。さらに、どんな幾何学形を敷きつめられ、どんな形が敷きつめられないという一般規則を明確に述べることを試みることができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル (NCTM レベル 9)
- \* 記述的な文章を書く言語能力レベル

### 発展学習の可能性

より高度なタイル貼りの研究 (“平面パターン”、“ケプラーのタイル貼り”、および “リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”)。芸術とデザインにおけるタイル貼りやモザイクの応用。



## 数学/芸術 初級コンセプト

## ➤ 四角形でタイル貼り

授業の目的

どんな四角形でも、隙間無く無限に広い周期的なタイル貼りができる方法を理解する。どのようにして可能なのかを、角度に基づいた証明をして明らかにする。

既習事項

基礎的な多角形についての知識（“二次元多角形”、“四角形とは？”）

必要な時間

45～60 分の授業を 1、2 回

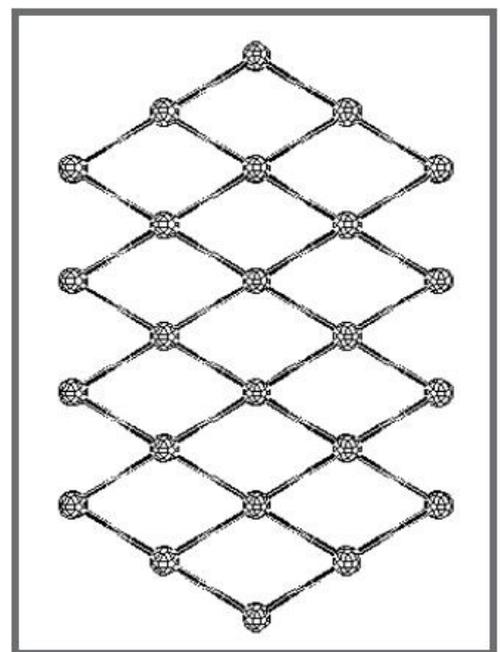
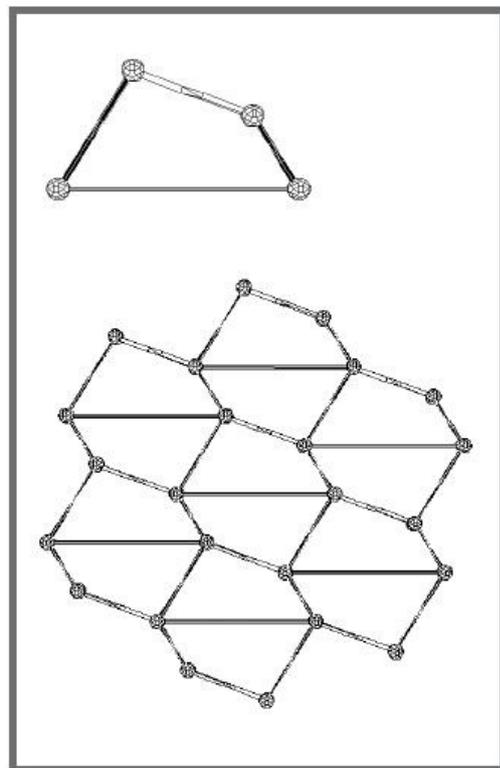
必要な材料

- 25～30 人に生徒に対してクリエイター・キット 2 個
- 3～4 人の各グループに 1 枚の色画用紙
- 各グループにはさみ 1 個

手順

簡単なタイル貼りの概念の議論から始めます。タイル貼りはどこで見られますか？ それはなぜ使用されていますか？ 芸術におけるタイル貼りの応用はありますか？ タイル貼りの例を日常生活で見ることがありますか？ “四角形とは？”の授業において定義した様々な四角形を復習します。四角形の 8 つのタイプは何でしたか？ どの四角形もタイル貼りに使用することができますか？ どの四角形がタイル貼りができ、どの四角形がタイル貼りできないでしょうか？ 2 つ以上の方法でタイルを張ることができる四角形はありますか？

生徒をグループに分け、ゾム・システム・エレメントを分配します。各々のグループに四角形の 8 種類のうち 1、2 種類の例を選ばせてください。ゾム・システムでタイル貼りをする事によって、その形でタイル貼りができるどうか判断します。ゾム・システムを使って、20 分間でタイル貼りをできるだけ大きく構築します。この間、教師は巡回して、必要なときに生徒を援助してください。形は、逆向き、またはひっくり返される必要がありますか？



タイル貼りが完成したら、わかったことを生徒に尋ねます。**タイル貼りができない四角形がありましたか。どの四角形もタイルを作成できることを、どのように証明できますか？** 実験的にこれを証明する1つの方法は、1枚の紙を数回折り重ねて、何枚か分の厚さにすることです。この折り重ねた中からランダムに四角形を切り取ります。4つのカットでできる四角形をいくつか作り出します。タイルで遊ぶことで、生徒は、どの四角形がタイルを張れるのかを迅速に理解します。さらに、どんな四角形も4つの角度の合計が必ず $360^\circ$ になることを示すことができます。

このタイル貼りは、“四角形タイル貼りの対称性”の授業用にとっておくことができます。

### 評価

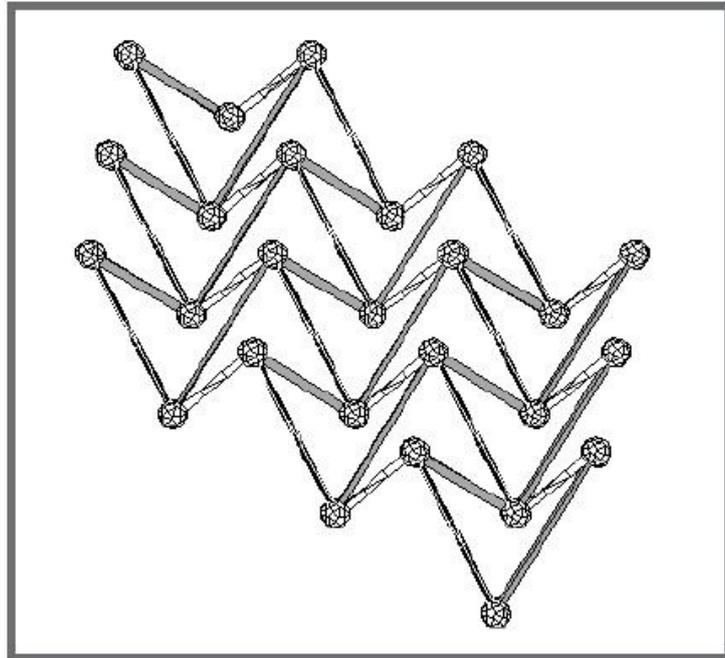
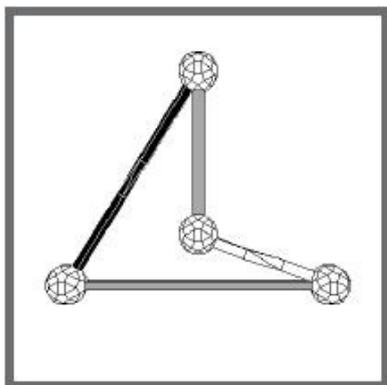
生徒がゾム・システムの構造を作るのを観察し、話を聞き、算数ノートの記録を評価します。隙間無く平面的な四角形のタイル貼りが作成できれば、合格です。四角形のタイル貼りの特性を、角度の合計の $360^\circ$ と関連づける定義を書くことができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)
- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル (NCTM レベル 9)

### 発展学習の可能性

タイル貼りのさらなる研究 (“四角形タイル貼りの対称性” および “リヒャルト／ペンローズのタイル貼り” )。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 三角形でタイル貼り I

#### 授業の目的

単純な建築経済学、および並進対称性の概念を学習する。

#### 既習事項

平面の概念に慣れていること（“二次元多角形”）と、タイル貼りについての知識（“タイル貼りに挑戦”、“平面パターン”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1 個か 2 個。

#### 手順

各 4 人ずつのグループに分けて、各グループに均一にゾム・システムを分配します。この研究では、グループにそれぞれ同数の各ゾム・システムを配ることが重要です。残ったものは別にしておいてください。

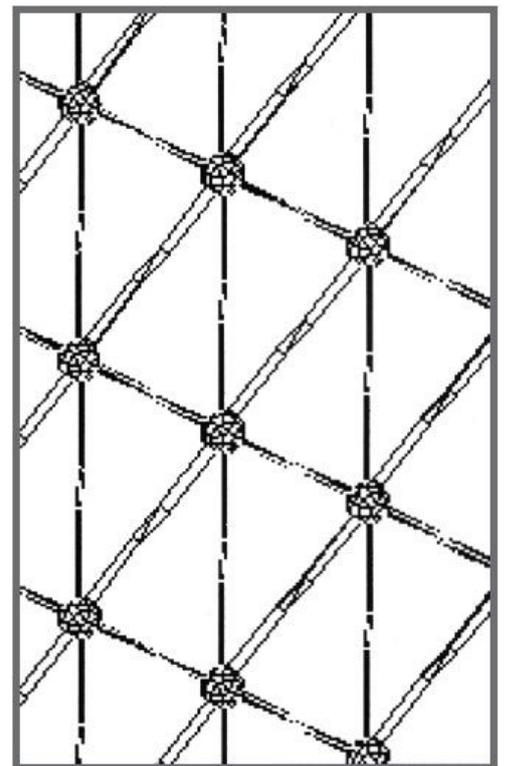
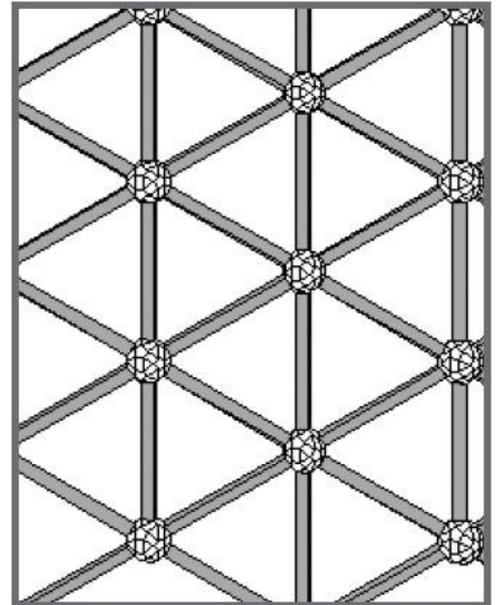
三角形（“相似な三角形”）、タイル貼り（“タイル貼りに挑戦”および“平面パターン”）の初めの探究に基づいて、ゾム・システムの同じ形の三角形を何度も繰り返して、「平面パターン」を作成するように各グループに促してください。

この探求に10～15分をみておき、グループ指導します。もしグループが、どのように始めたらいかががわからない場合、最初に生徒らが「種となる三角形」を考えるよう提案します。そして、生徒は種となる三角形の2、3個の正確なコピーを作成し、それらの三角形でどのように反復するパターンが作れるかを試します。

この時点で、さらに挑戦します。 **どのグループが、最もたくさん三角形を含んだパターンを組み立てることができますか？** 経済学の要素を追加し、グループ間でゾム・システムパーツの交換が可能であると伝えます。

作成時間が終了したら、探求の中にある「取引」の観点について議論します。 **どのグループもパーツを使い果たしましたか？ どの種類？ それらはなぜ他のグループと取引しましたか（またはしませんでしたか）？ あるグループは、パーツのために他のグループよりよい「価格」を提示しましたか？ あるパーツは他のものより貴重でしたか？ それはなぜ？**

**青ストラットと黄ストラットの「交換レート」は何でしたか？ 青と赤の間では？ 黄と赤の間では？ なぜ？ すべてのグループが正確に同じ種類の三角形を作った場合、あるいはグループがそれぞれ異なるタイプの三角形を作った場合、どちらがより多くの三角形を「生産」できますか？** パターン



を永久に作成することは可能ですか？ 「実生活」においては、すべての「グループ」は「同じ数のパーツ」で始めますか？ なぜ、人々は物々交換する代わりにお金を使うのですか？

この議論は金銭取引との比較に結びつくでしょう。お金を得る方法やお金の使い方、経済決定の基礎を、生徒の金銭経験と平行して描くことができます。さらに、哲学または道徳的な方向に導くこともできます。

算数の授業に戻りましょう。クラスの皆が、この探究に基づいたゾム・システムコンポーネントの「価格表」に同意し、書き上げさせると面白いかもしれません。各チームは完成した図形を“三角形でタイル貼り II”の授業のために取っておきます。

### 評価

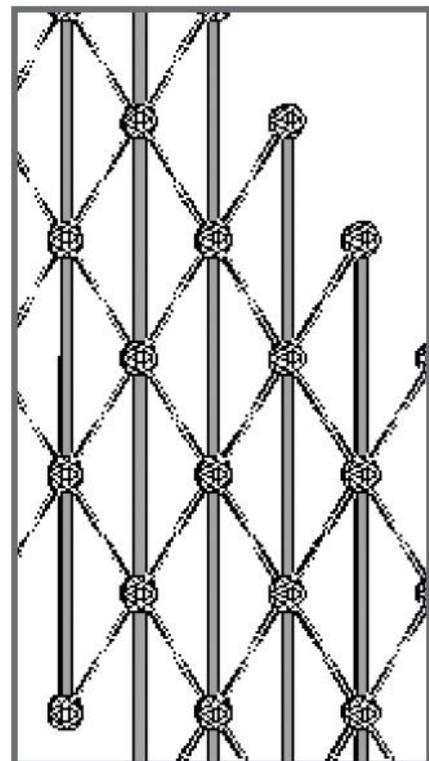
グループ間の交流に加えて各グループの作業の様子を観察します。グループディスカッション中、ノートを取ります。1つの三角形の連続タイル貼りを作成できたら、合格です。異なるゾム・システムパーツの価値の記録を残すことができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル (NCTM レベル 9)

### 発展学習の可能性

より高等なタイル貼りの研究(“ケプラーのタイル貼り”、“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”)。アートとデザインにおけるモザイクとタイル貼りの使用。この授業は、さらに空間構造や他の構築物の授業において有用な準備となります(“世界で一番高い塔”、“橋を架けるプロジェクト”および“三角形によるタイル貼りの三次元版”)。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ タイル貼りにおける並進対称性

#### 授業の目的

周期的なタイル貼りがどのようにして、常に並進対称性をもつか理解する。

#### 既習事項

さまざまな対称性についての知識（“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”および“回転対称性”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1、2 回。

#### 必要な材料

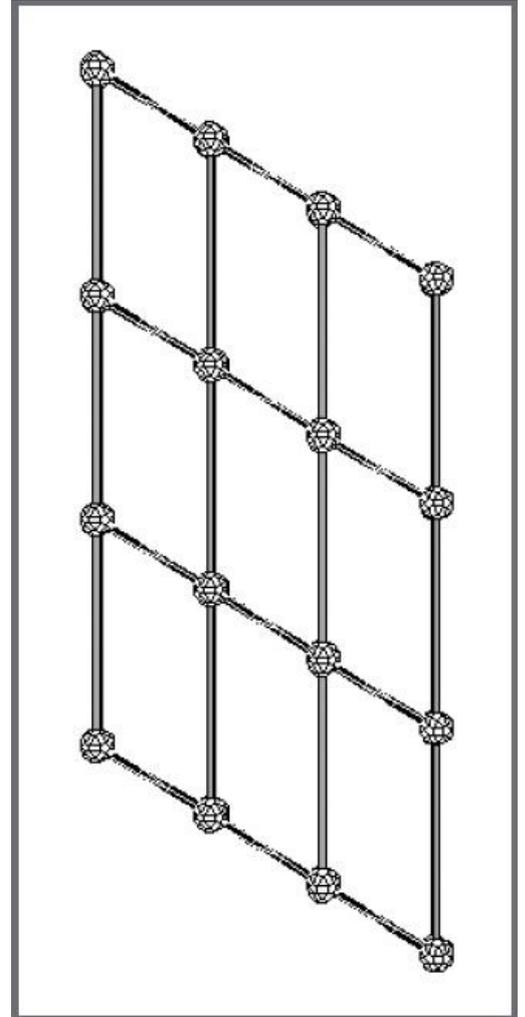
- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個
- 手鏡

#### 手順

まず、対称性の概念をさらに学習することを伝え、鏡映対称性と回転対称性を概説します。**形またはパターンを繰り返すことができる他の方法は何ですか？** 生徒の考えを黒板に記します。生徒が並進対称性について知らなかった場合、基礎となる 1 つのかたまりが秩序だった方法で繰り返す別の形式があることに気づかせます。

4～5 人のグループに分け、均一にゾム・システムを分配してください。各グループで平行四辺形あるいは六角形のいずれかを構築するように促します。グループがそれらの形で平面タイル貼りの組み立てをできるようにしてください。**どんな種類の対称性を見つけることができますか？ それは、回転対称性を持ちますか？どこで？鏡映対称性は？ どのように？ どこで？ 何か他にありますか？**（タイルは、一定距離だけ一定方向に何回も移動させることができます。）

この対称性を明らかにしたあと、それが並進対称性と呼ばれていると伝えます。**「現実の世界」の中で、並進対称性を見つけられますか？**（例えば、床のタイル貼り、レンガの壁、カーペットの模様、ハチの巣など。） 生徒はそれぞれ、算数ノートに並進対称性について自分なりの定義を書きます。時間があれば、グループはよりすすんだ並進対称性の実験をすることができます。**並進対称性は三次元で起こりますか？ どのタイプの形が、セルの間に隙間を残すことなく三次元のタイル貼りとして使用することができますか？ 形は、複数の方法で結合させることができますか？** どのように三次元の格子を構築するのかを、グループで研究します。活動終了後、生徒らは作ったモデルをクラスに見せ、それがどのように並進対称性を示すかを発表します。**自然界あるいは人工の世界における三次元の並進対称性の例は何ですか？** 議論に役立つ例には、原子がこの種の対称パターンで並んでいる結晶の構成があります。並進パターンは、植物細胞、ハチの巣、建築物の空間構造で見つけることができます。



## 評価

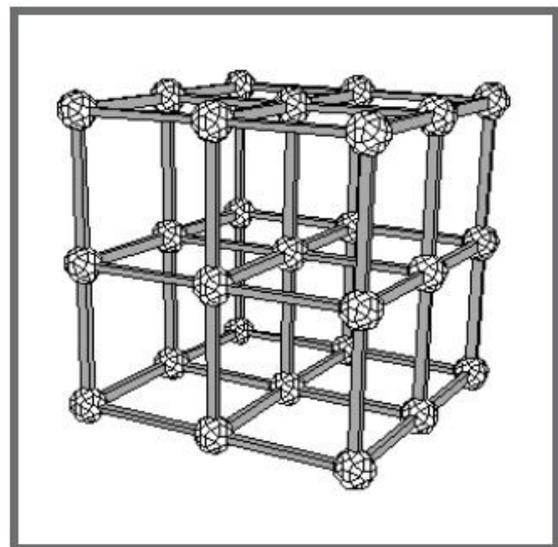
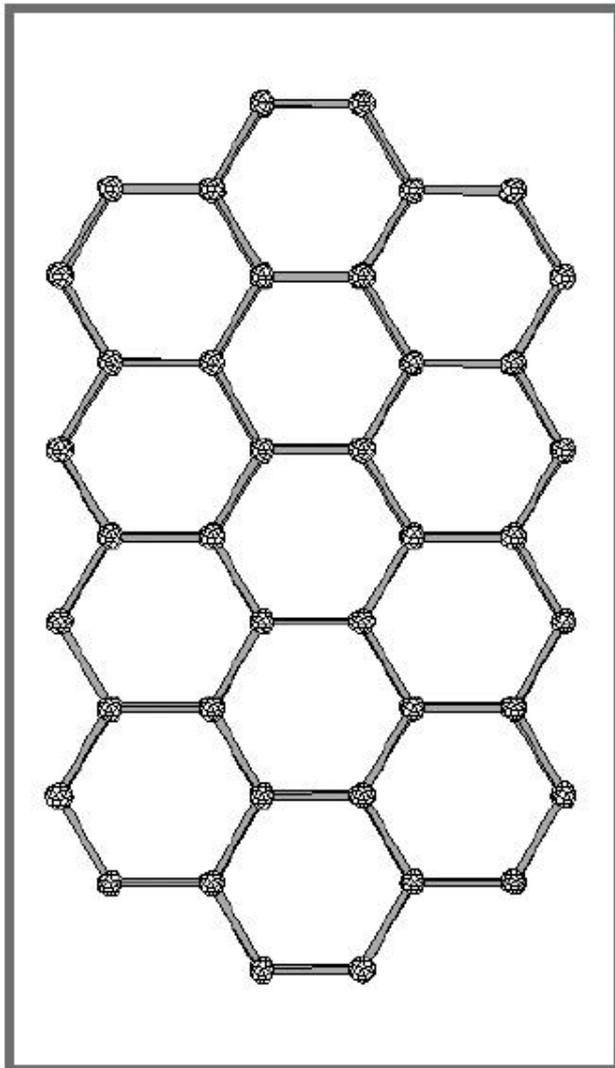
生徒によって個々に提示された定義について議論して、算数ノートを評価してください。並進対称性のモデルを作り、それらのパターンがどのように同じことを繰り返すかを示すことができれば、合格です。並進対称性の正しい定義を説明できれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

\* 幾何学および空間認識に該当するレベル（NCTM レベル 9）

## 発展学習の可能性

対称のさらなる研究（“多重対称性をもつタイル貼り”および“らせん対称性”）。これは、美術とデザインのタイル貼りの使用に関して、良い導入でもあります。



## 物理学/数学 初級コンセプト

### ➤ コマ

#### 授業の目的

バランス、重心および求心加速度に関して学習するために対称性を使用する。

#### 既習事項

幾何学の対称性と数の基本的な理解（“かたちと数”、“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”および“回転対称性”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1、2 回。

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1、2 個。
- ストップウォッチまたは秒間を正確に測定できるタイマー。

#### 手順

4 人 1 組のグループに分け、ゾム・システムのパーツを均等に分配します。倒れることなく長く回転する「コマ」作りに挑戦します。小さなコマ（図で示すように）でデモンストレーションして下さい。この小さなモデルが約 2、3 秒の間回転できれば、より大きく、より複雑なコマは最高 30 秒間回転を維持できます。コマの記録を伸ばすために、滑らかな木板、または合成樹脂を塗装した表面を使いましょう。そうすると摩擦が少なくなり、ノードがすり減ることはありません。グループに、グループ間でのパーツ交換が可能だと知らせてください。

実験の間見回り、必要に応じてグループを補助してください。モデルが回転できるのは 1 つのノードがテーブルに触れる場合だけですので、バランスは非常に重要です。すべてのコマは「回転部」(コマの対称軸に沿ったストラット)を必要とします。それはモデルを動かすのに用いられます。グループは、低い重心がモデルを平衡に保ち、より容易に回転を助けると気づくでしょう。グループでうまく意見がまとまらず、挫折した場合は、簡単な誘導尋問をしましょう。グループは実験しながら、調査結果を慎重に書きとめます。

各々のグループが、それぞれコマをつくり、テストし終わったら、記録します。グループは各々のモデルを紹介し、どの部分がより長くまわる原因かを説明します。各々のグループには、グループ全員がコマを動かすことができるよう、最高 4 回のチャンスが与えられます。測定時間は、コマを手放してから別のノードが卓上に触れるまでです。記録は、教師がストップウォッチで測定します。

勝利者が決まったら、生徒が気づいたことを話し合しましょう。**なぜ、そのコマは勝つことができましたか？ どれがより長い間回転する傾向がありますか？ 小さいコマ？ または大きいもの？ なぜ？ より大きなコマは、より小さなものより早いですか？ またはより遅くなりますか？ なぜ？ コマは 1 つのノードで平衡を保つことができますか？ コマに平衡を保って立たせるには、回っている時と、静止している時ではどちらがより容易ですか？ なぜ？ コマの形とそれを回すのに用いられる「回転部」のストラットの形と関係が、ありますか？ すべてのコマに共通するものは何ですか？ この探求の間、作られた様々なコマにはどんな違いがありますか？ 日常におけるコマのような物で何か例を挙げられますか？**（風車、プロペラ、水車、その他）

低い重心をもつコマがより高い安定性を持ち、より長い時間まわせることを生徒が指摘するかもしれ

ません。対称形でないモデルは、まわりません。

回転に関与する力を含めるために議論を拡げてください。オリンピックの円盤投げやハンマー投げと比較してください。**どんな力が、ゾム・システムのコマに作用していますか？ どんな力がコマの部分が円盤のように飛んでいくのを妨げていますか？ なぜコマは最終的に速度を落とし、倒れるのですか？**

### 評価

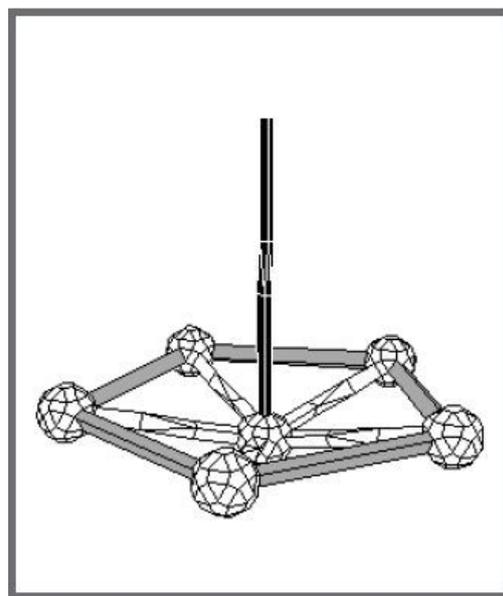
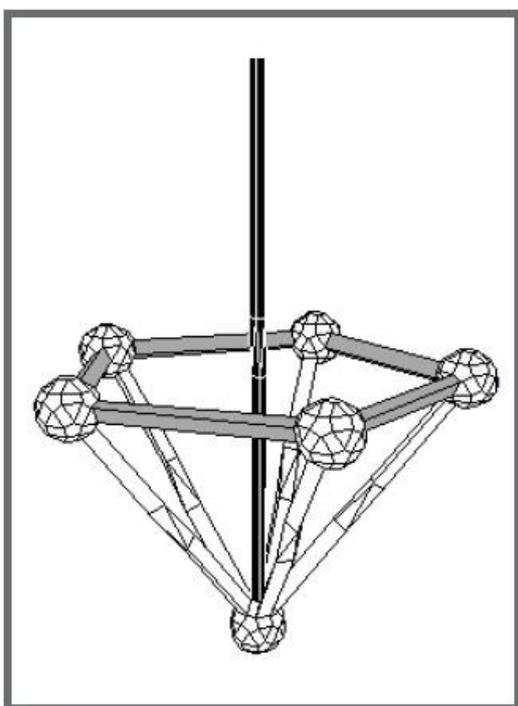
グループの実験を観察して、彼らの議論のノートを取り、算数ノートを評価します。低い重心で対称形の構造の重要性を理解できれば、合格です。どの力がモデルの回転に関与しているか、そして、回転が止まるとき、エネルギーがどこに行ったのか説明を試みることができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 共有の小道具、形、物質と力の変化を理解する物理学レベル
- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル (NCTM レベル 9)
- \* 測定に該当する数学的レベル (NCTM レベル 10)

### 発展学習の可能性

この授業は、力と加速のさらなる物理学実験へのよい導入部です。さらに重力および圧力の研究にも良いでしょう（“世界で一番高い塔”と“橋を架けるプロジェクト”）。



## 芸術/数学 初級コンセプト

### ➤ ゾム・システムを使った展開図

#### 授業の目的

ゾム・システムのモデルの形を、どのように紙に移すことができるのかを研究する。頂点および辺についての認識を強化するための学習。

#### 既習事項

ゾム・システムで以前に遊んだことがあることと、多角形（“幾何学的なかたち”）についての知識を持っていること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1、2 回。

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対してクリエイター・キット 1、2 個
- あらかじめ水と混ぜられた、水彩絵の具のトレイ
- 1 人あたり、大きい色画用紙 1 枚

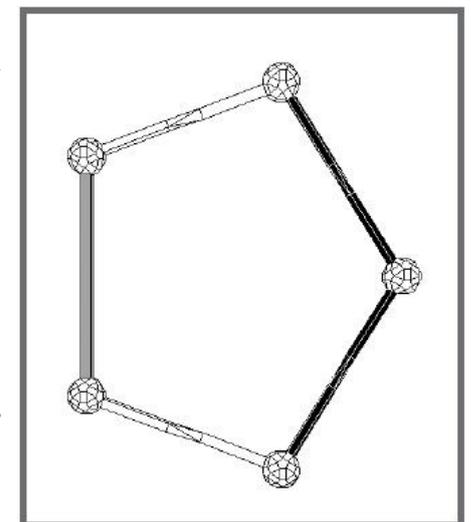
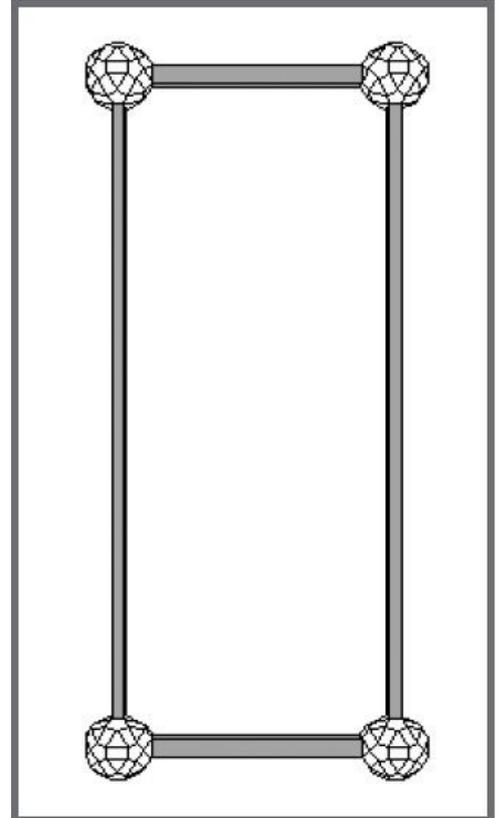
#### 手順

水で溶いた絵の具を発泡スチロールのトレイまたは紙プレートに注いで、授業の準備をします。濃すぎる絵の具は乾きにくいので、薄く溶きます。少量の液体石鹼を絵の具に加えることで、仕上がりをよくします。印刷する形ごとに絵の具の色を変えると、よい結果が出せるでしょう。まず、ゾム・システムで多角形を作って下さい：正方形、三角形、長方形、五角形。形の押印に使用する紙に納まるように、短い、または中間のストラットで作ります。この作業を昼食または休憩時間の前に始めることで、次に進むまでに印刷物を乾かすことができます。

クラスを3～4人のグループに分けてください。各グループに絵の具、紙、多角形1セットを配ってください。導入の練習としてモデルを構築してもよいでしょう。各々多角形をそれぞれ絵の具に浸して、紙の上にそれを押しつけると生徒に説明してください。形をトレイに水平に置くことで、ノードの片方に少量の絵の具が付きます。開始の前に、グループ活動のルールを設定します。生徒は、テーブルのまわりでどの方向に形を渡すかについて決めます。また、どの形をどの色に浸すか、グループで合意しておきます。形はいったん色づけすると、後で変更することはできません。

各生徒は個々の形を各自の紙に1回押しします。形が重ならないようにします。教室を見回って、必要に応じて補助してください。

いったん絵の具が乾燥したら、鉛筆と定規で「点と点を繋ぎます」。そして個々の形を描きます。こうして印刷された多角形に、最後にラベルを付けます。



材料は、後で使用するために部屋の中心で準備します。この時、生徒は異なる形のパターンまたはデザインを試すこともできます。形を2、3分の間石鹼水に浸せば、絵の具を洗い流すのは簡単です。ゾム・システムのパーツをゆすいだら、紙タオルの上に置いて乾かします。“立方体と角錐の展開図”の授業のために、気密容器に溶いた絵の具を入れておきます。

## 評価

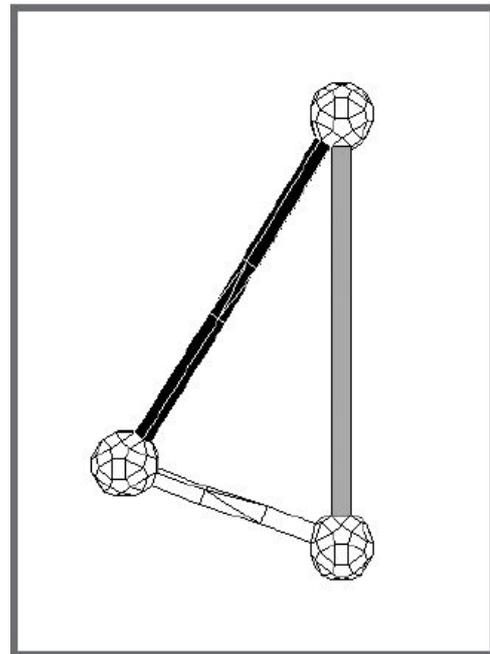
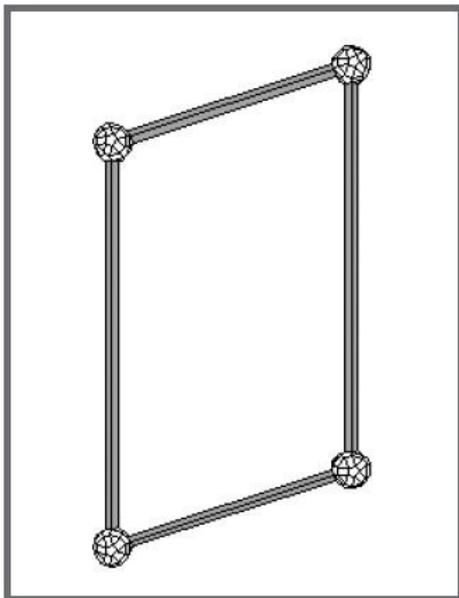
生徒の活動を観察し、個々の生徒やグループに質問し、彼らが辺を数えることによって異なる多角形を識別できることを確認します。4つの多角形の印刷を完成し、それらの形を正しく名前を挙げる事ができれば合格です。

## 対応する基準

- \* 芸術の要素を識別し、各種のメディアに応用する美術標準。
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）

## 発展学習の可能性

より高度な展開図（“立方体と角錐の展開図”）への拡張、およびパターンを移すための他の方法（“三角形でタイル貼り II”、“立方体 III”）。



## 芸術/数学 初級コンセプト

### ➤ 立方体と角錐の展開図

#### 授業の目的

三次元の構造を組織するためには、どのように二次元の形を組み合わせることができるかを学ぶ。

#### 既習事項

ゾム・システムで遊んだことがあること、多角形（“幾何学的なかたち”）についての知識。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1、2回。

#### 必要な材料

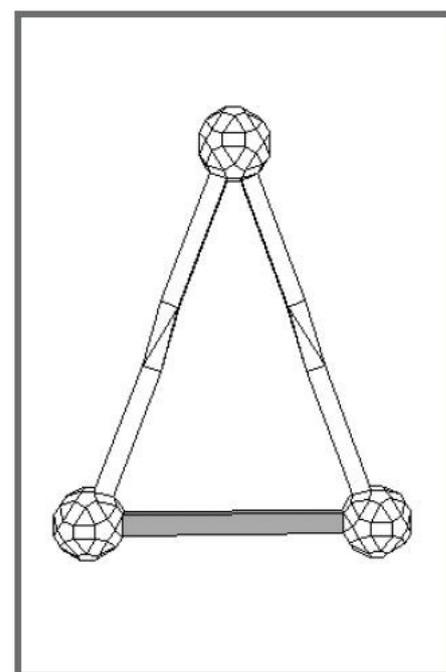
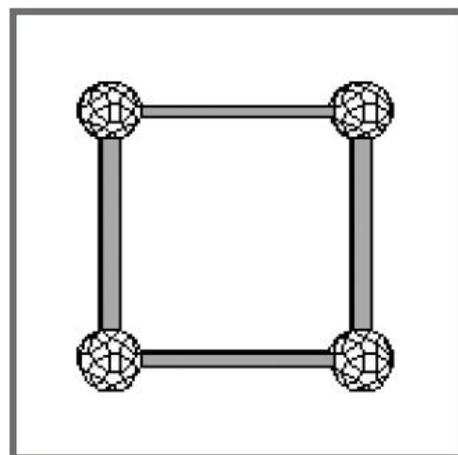
- 25～30人の生徒に対してゾム・システム・クリエイター・キット2個。
- あらかじめ溶いた水性絵の具の入ったトレイ
- 1人2枚の大きい色画用紙
- 1チームにはさみ1個
- 接着剤またはセロハンテープ

#### 手順

絵の具を溶き、発泡スチロールあるいは紙皿上に注いで、授業の準備をしてください。絵の具が濃すぎると乾くのに時間がかかるので、絵の具は薄めにします。少量の石鹼水を絵の具に加えることで、片づけが楽になります。ゾム・システムの短いまたは中くらいのストラットを使って、四角形と二等辺三角形、または正三角形を生徒各自に1つずつ作ってもらいます。三角形の底辺には、正方形の辺と同じ青ストラットを使います。この活動を昼食または休み時間の前に始めれば、次に進むまでに印刷物を乾燥させ、次の段階に入りやすくなります。

クラスを3～5人のグループに分けます。それぞれのグループに絵の具、紙、多角形を配ってください。また、導入の練習としてモデルを構築させてもよいでしょう。各々多角形をそれぞれ絵の具に浸して、紙の上にその印を作ると生徒に説明してください。形をトレイに水平に置くことでノードの片方に少量の絵の具が付きます。生徒に、多角形がどのように印刷されるかを見やすくするために、その形をお互いの目の前に掲げてみるように指示します。三角形の青い辺に、正方形の1辺を重ねてください。生徒が後で2つの形を印刷するとき、三角形の青い1辺の端点は正方形の1辺の端点と一致します。

生徒は、1枚の紙の中央に正方形を印刷することから始めます。その後、注意深く点を重ねて、正方形の1辺に接続する三角形を印刷します。その後、正方形の別の端へ三角形をまわして、4つの三



角形を型押しするまで繰り返します。

最初の印刷を乾燥させる間、生徒は次の紙に取りかかることができます。再び、紙の中心に正方形を印刷します。今回は、中心の正方形のまわりに、それぞれ1辺を共有するように4つの正方形を印刷します。最後に、1つ外側の正方形を選んで、中心の正方形の反対側に、辺が一致するようにもう一つの正方形を印刷します。これを乾かしてください。

正方形と三角形の紙に戻るよう生徒に指示をして、鉛筆と定規で点どうしを慎重につないでください。その後、生じた形を、外側の辺に沿って切り取ります。切り取ったものを、正方形の辺に沿って折ります。**このように折ると、どのような三次元の形が結果として生じますか？**（角錐）正方形が角錐の底辺を形成することを説明してください。紙の角錐の形を維持するためにテープを貼るか、または接着剤で固定することができます。

そして、2枚目の紙に戻ります。**この紙を切り取り、折りまげると、どのような三次元の形が結果として生じますか？**（立方体）このようにして点の接続、紙の切断、折りまげと、およびテープを貼ることを繰り返してください。

早く終わった生徒には、異なる底辺で角錐の形態について考えさせます。彼らは、ゾム・システムで角錐、四面体と立方体を作ることにもできます。使われた形についての議論、および授業で導入された新しい言葉を復習して活動を終了してください。； **辺、面、底辺、点**（頂点）。

### 評価

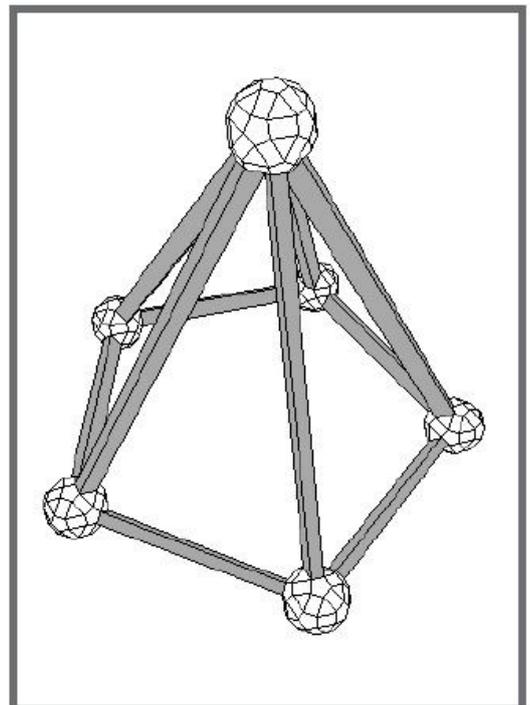
生徒の活動を観察します。二次元の形が三次元にどのように変わるか、生徒達が理解したのかを確認するために、個々の生徒やグループに対して質問してください。角錐と立方体を形成するために紙を印刷し、切り取り、折ることができれば、合格です。さらに、紙を折ることによってできる三次元の形を予測することができれば、基準レベル以上です。

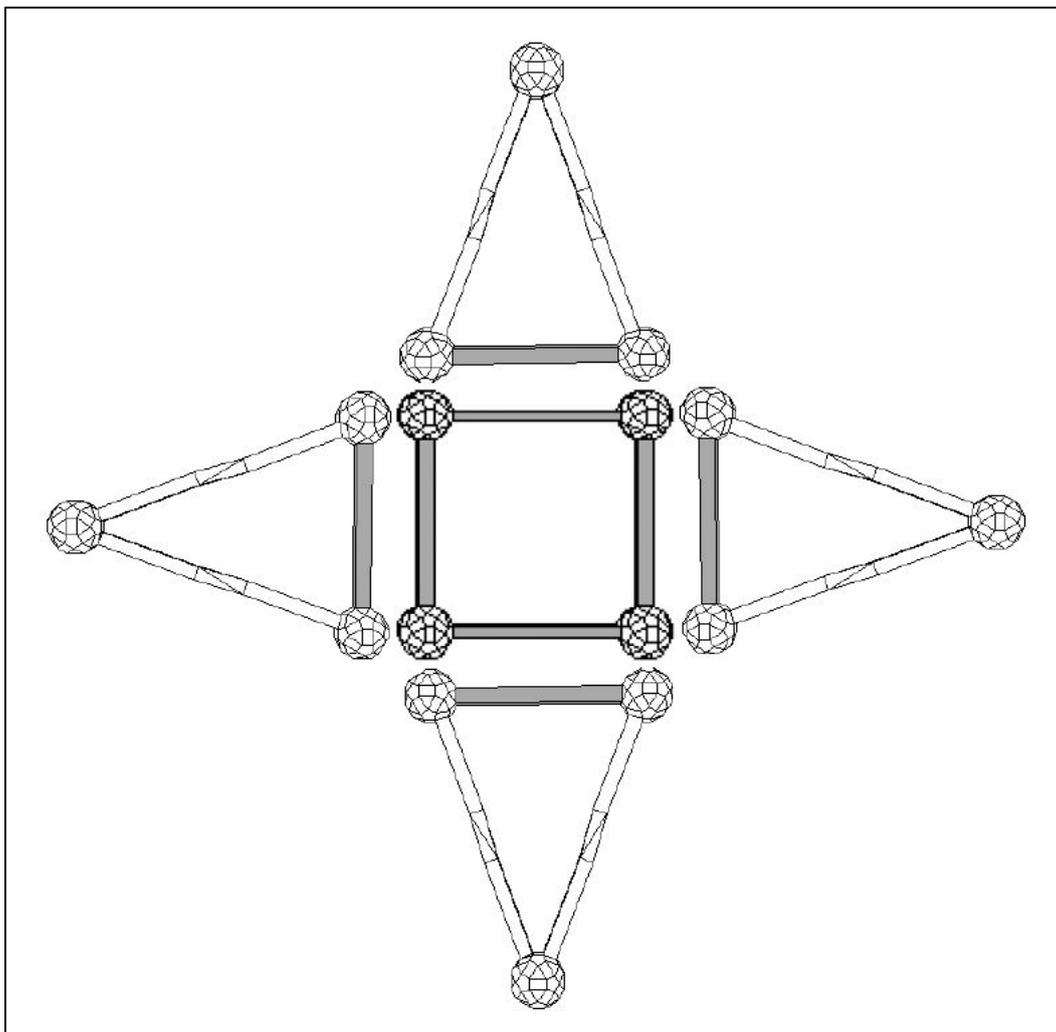
### 対応する基準

- \* 芸術の要素を識別し、各種のメディアに応用する美術標準。
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）

### 発展学習の可能性

パターンを移す他の手段への発展（“三角形でタイル貼り II”、“立方体 III”）。





## 芸術/数学 初級コンセプト

### ➤ ピカソと数学

#### 授業の目的

現代アートの流れの中で、キュービズムの学習は、数学と芸術が近い関係になる時でもある。この学習を通して、構造体の頂点、辺、面などを定義できるようにする。

#### 既習事項

基本的な幾何学形に関する知識（“幾何学的なカタチ”、“二次元多角形”、“三角形に挑戦”）。幾何学をアートに用いる例に触れていること（“ゾム・システムを使った展開図”、“立方体と角錐の展開図”、“タイル貼りに挑戦”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対し、クリエイター・キットを 2 個
- マイク・ベネジア著「世界一優れた芸術家であるピカソについて」
- 実物投影機（あれば）

#### 手順

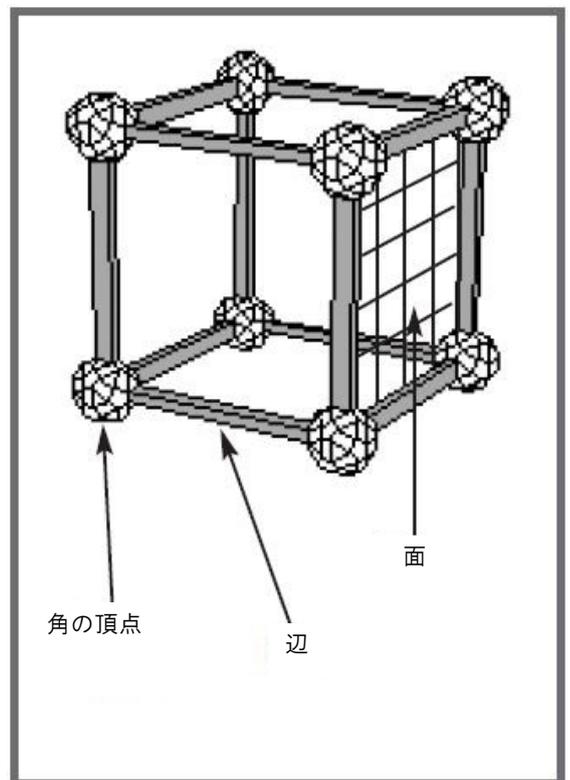
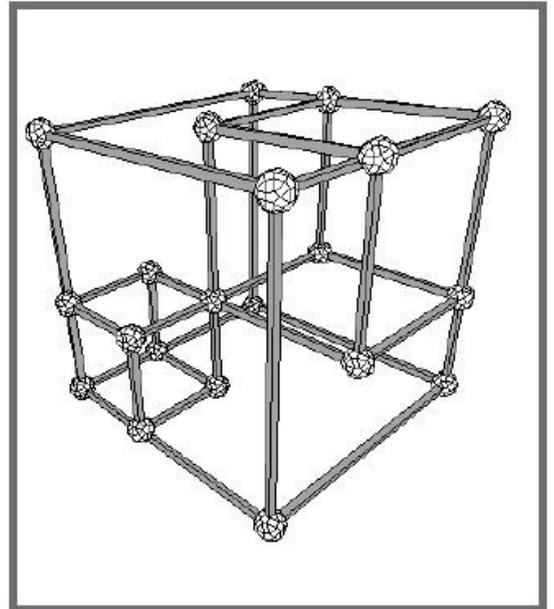
本をクラス全体に読んで聞かせます。読みながら、生徒から反応や意見を引き出します。

**パブロ・ピカソのスタイルを見て、どのようなことがわかりますか？ピカソはいつ生まれましたか？彼は、どこで生まれましたか？ピカソの作品と似ている物を、どこかで見たことがありますか？彼の作品が何を表しているのか、全部わかりますか？** キュービズムの箇所は、特に強調します。この箇所の絵を見せて、どのようなことに気づくか話し合います（可能であれば、作品を実物投影機でスクリーンに映し出します）。キュービズムはアートのひとつの形で、ピカソによって広められ、立方体や角度などの幾何学形をばらばらに分割したイメージをもつ絵を描くことだという説明をします。

二次元と三次元の違いについて話し合います。できるだけ教室にある例を使って定義づけをするように促します。

3～4 人のグループに分け、ゾム・システムのパーツを配ります。まず、15 分間で、できるだけたくさん立方体と、ひしゃげた立方体を作ってみます。

作り終わったら、全員教室内を歩いて、様々な立方体の形を見てまわります。**いくつの異なった変形が可能ですか？それらは、本当に立方体ですか？使用したストラットの色によって、でき上がる形**



**は決まりますか？ それは、どのようにですか？**

それから、自分の席にもどり、作った立方体を観察します。目を閉じて、立方体に触ってみます。指で、立方体をなぞってみましょう。**どのような異なった部分があることに気がつきますか？** クラス全体に、立方体には頂点、面、辺などの要素があることを伝えます。

生徒はキュービズムの方式を使用して、個々にゾム・システムの構造を作ります。完成した構造を算数ノートに、頂点、面および辺がはっきりわかるように描きます。

**評価**

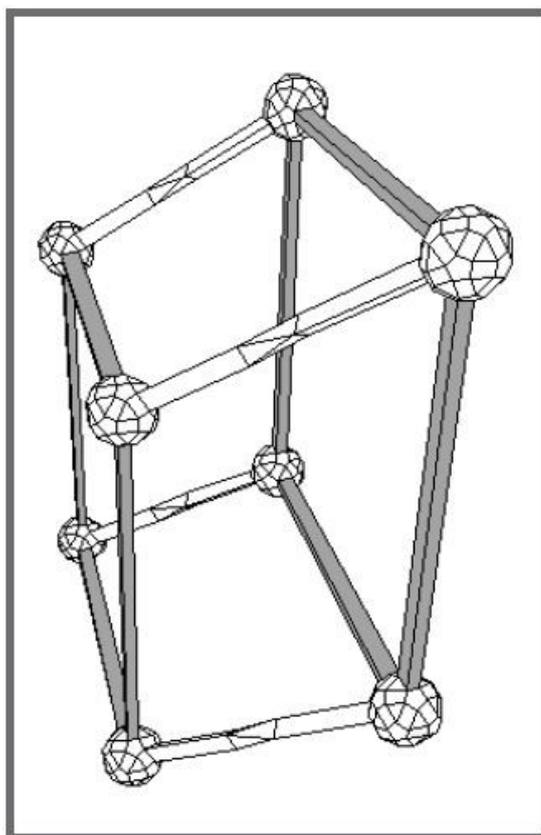
生徒の作業を観察し、ノートと描かれた図を点検します。ひしゃげた立方体を作り、その頂点、面、辺を定義づけることができれば、合格です。ゾム・システムで、キュービズムの方式に従って模型を作ることができれば、基準レベル以上です。

**対応する基準**

- \* 幾何学および空間感覚に該当する数学のレベル (NCTM レベル 9)
- \* 歴史を通して得られる哲学的、芸術的な考え方の影響を述べるという美術のレベル

**発展学習の可能性**

その他の幾何学的形の要素への発展 (“二次元と三次元のかたち”、“角度に注意!”、“立方体 I”、“立方体 II”)。その他のメディアを使った、キュービズムの学習。その他の 20 世紀の芸術運動の歴史 (“モンドリアンの線”)。



## 芸術/数学 初級コンセプト

### ➤ 動く線

#### 授業の目的

ここでは、多角形、平行線と角柱について学ぶ。「スピードライン」（訳注：動きを示す線）を使うことで、二次元、三次元の関係の理解を深める。

#### 既習事項

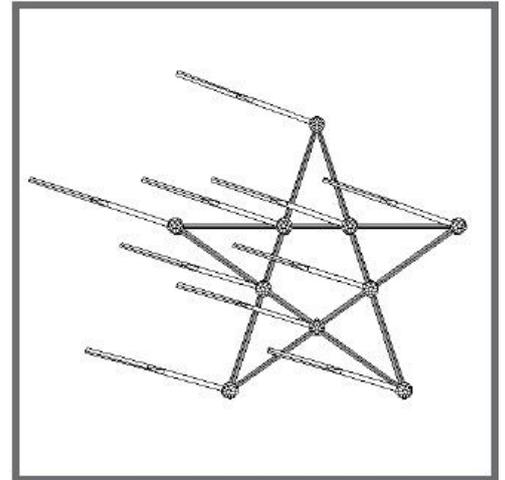
基本的な、二次元と三次元の幾何学形の知識（“幾何学的な私たち”、“まわりを見渡せば幾何学だらけ”、“二次元と三次元のかたち”）。

#### 必要な時間

45~60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25人までの生徒に対し、クリエイター・キット2個
- オーバーヘッド・プロジェクター



#### 手順

この授業に入る前日までに、生徒達に「動く線」のイラストを見せておきます。イラストや会社のロゴなど、どのような例でもかまいません。動く線の例を、1人1点ずつ、漫画、古い電話帳、パッケージ、古い雑誌、インターネットなどから探して持ってくるように伝えます。当日は、2人1組に分けます。ゾム・システムのパーツを均等に分けます。各チームが、「平ら」で、「閉じた」形を作ります。「平ら」と「閉じた」という言葉の意味について、少しの時間をかけて話し合い、多角形の内容への入門としても良いでしょう。この授業では、「平ら」とは、模型をテーブルの上に置いたとき、無理やり押さえずともすべてのノードがテーブルに触れている状態、「閉じた」状態とは、ノードとストラットがお互いに交差しないでループ状になっている状態、ということをおぼろげに学ぶだけで十分です。なお、この形は、凸状である必要はありません。例えば、ペナントの形も星の形もOKです。

次に、宇宙船の中でゾム・システムを使っていると考えます。作った形を手から離して、船室の片側から反対側まで浮かんで一直線上を移動すると考えます。各生徒に、作った形のどの部分がどの方向に「浮かんで」行くかを選んでもらいます。どのノードでも良いので、その移動する方向を示すストラットを挿入してもらいます。そのストラットは、作った形と同じ面になってもかまいません。他のパーツをそのままにした状態で、テーブル面に一致しなくてもかまわないということです。クラスの誰かに出てきてもらい、示された方向の通りにその形が空間を浮かんで移動する様子を示してもらいます。

それから、生徒達が持ってきた動く線について話し合います。**動く線に共通することはありますか？ 皆同じ方向に移動していますか？ 動く線は、何を表そうとしていますか？ 動く線と時間には関係がありますか？ 動く線と空間には、何か関係がありますか？ この例の中で、物が移動する前はどこにありましたか？ 今はどこにありますか？ 動く線は、物の大きさに関係なくいつも同じ大きさですか？**

動く線の特徴について、皆の意見が一致したら、自分達の作った模型が空間を移動する場合、どの方向に移動するかを示す動く線を作ってみます。次に、動く線の先端のストラットにノードを付け、そのノードをストラットでつなぎます。

授業のまとめとしては、スピード、平行線、角柱（特定の模型について話し合う場合には、オーバーヘッド・プロジェクターが役に立ちます）など、授業の中で始めて知った概念について話し合いをします。**ある形が、1秒間ある方向に空間を移動したらどうなりますか？ 1分間だったら、1年間だったらどうでしょうか。速度がおそかったら、または速かったらどうでしょうか。模型の上面と底面とは、どのような関係をもっていますか？**（もし動く線がすべて平行で同じ長さであれば、形は同じになるはずです）**上面の形は、底面の形と同じでなければなりませんか？ それは、なぜですか？ または、なぜそうではありませんか？ 2つの同じ多角形を平行な線でつなげた形を何と呼びますか？**（角柱）

算数ノートに、それぞれ作った形に動く線をつけた図を描いてもらいます。また、観察したことと結論も書いてもらいましょう。

### 評価

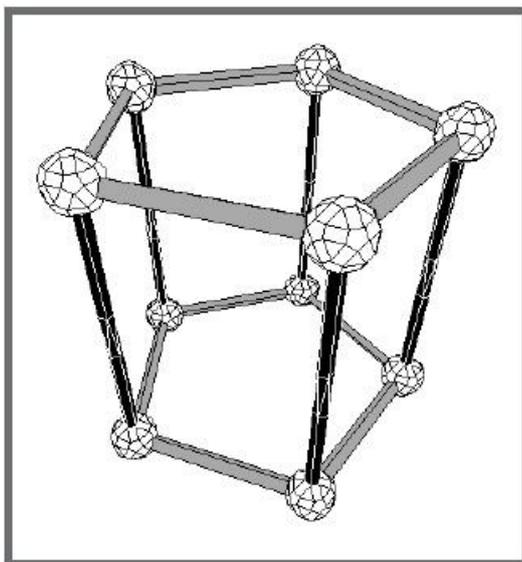
作業をする生徒を観察して、算数ノートを点検します。同じ多面体2つを平行線で結んだ角柱を作ることができれば、合格です。動く線を観察して、それがどのように動き、速度、時間を表しているかを言い表すことができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 速度とニュートンの動きのコンセプトに該当する物理レベル。
- \* 数学的関連に該当する数学レベル（NCTM レベル4）
- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル（NCTM レベル9）

### 発展学習の可能性

数学、アート、科学に於ける、二次元と三次元の関係をもっと掘り下げていく（“三角形の三次元版”、“立方体 I”、“立方体 II”、“立方体 III”、“立方体 IV”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”）。



## 数学/芸術 初級コンセプト

### ➤ つぶされた形

#### 授業の目的

ゾム・システムの模型の影を作り、正多角形のゆがんだ形はどのように作ることができるかを学ぶ。

#### 既習事項

さまざまな多角形を見分けることができることと、それを数の概念や対称性に関連づける力（“かたちと数”、“鏡映対称性とは何か？”、“二次元と三次元のかたち”）。

#### 必要な時間

45~60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25 人までの生徒に対し、クリエイター・キットを 1、2 個
- オーバーヘッド・プロジェクターを 1 台またはそれ以上
- 影が生徒の算数ノートに納まらない場合を考えて、影を映し出す紙のシート

#### 手順

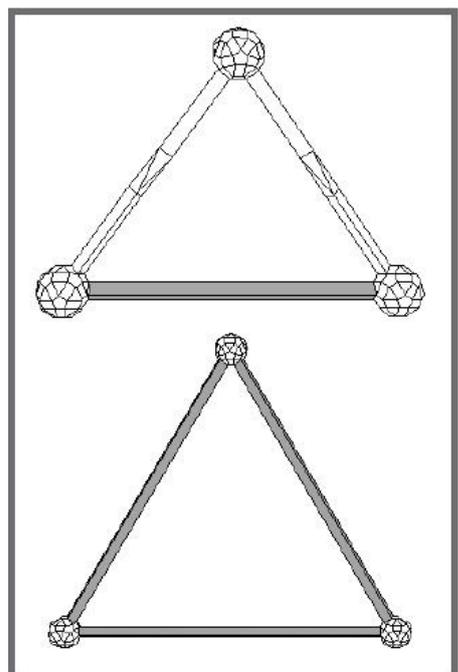
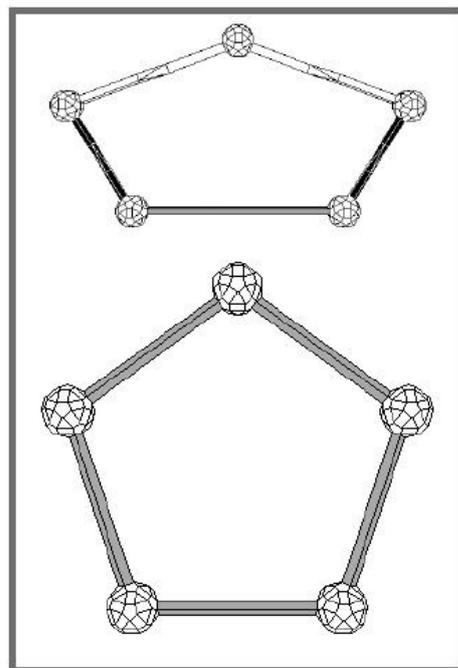
授業の準備として、教室内に何台かのオーバーヘッド・プロジェクターを設置して、何人かの生徒が同時に影をうつしだすことができるようにしておきます。もし授業当日が晴天であれば、屋外で授業の一部分を行うのが一番です。太陽光は、最もはっきりした影をつくってくれます。

クラスを 2 人 1 組に分け、ゾム・システムのパーツを均等に配ります。この授業では、前の授業で作った多角形をゆがめた形、または、つぶした形を作ります。そのつぶされた形は、すでにわかっている多角形の影とまったく同じ形になるようにします。

各組は、まず“かたちと数”の単元で学んだ正多角形を作ります。各組の 1 人が、オーバーヘッド・プロジェクターを使ってその多角形模型の影を投影します（訳注：正多角形を光軸に対して斜めにする、ゆがんだ多角形ができる）。その間に、パートナーが、影の形を紙の上に書き写します。その後で、パートナー同士で役割を交代します。

次に、2 人とも、影の形にできるだけ近い形を、ゾム・システムを使って作ります。お互いに満足できる仕上がりになったら、光源に戻り、つぶれた形の模型を、スクリーンにかざしてみます。その間、パートナーは、元の正多角形を、影の部分にあわせてみます。交代して、光に対しどのような操作を行ったらいかが納めるまで試みます。

すべての組の実験が終わったら、各組ともうまくいった影の模型をひとつ選び、クラス全体の前でや



つてみせてもらいます。この実験でどのようなことがわかったのか、話し合しましょう。どうして影の形はつぶれているのでしょうか？ どのような条件下では、影の形がつぶれていませんか？ どうしてそれがわかりますか？ みなさん、正多角形とつぶれた形を正確にあわせることができましたか？ それは、どうしてですか？ できなかったのは、なぜでしょうか？ 「いちばんつぶれた」影の形は、どのようなかたちになりましたか？

なぜそのような形になったのでしょうか？ 正多角形とそのつぶれた形の同じ点は何でしょうか（辺の数、組み合わせた角度）？ 正多角形とそのつぶれた形の違いは何でしょうか？ ひとつの正多面体に対して、いくつものつぶれたかたちができましたか？ 影の伸びた部分を投影することは、可能ですか？ 引き伸ばされた形をつくることはできますか？ つぶされた形を横にすれば、引き伸ばされた形になりますか？ その後、授業の中では、その他のメディアに見られるパターンや写真のゆがみの学習に移ってもよいでしょう。例としては、高速道路にある踏み切りの標識や、パズルの本に書かれた、引き伸ばされた書体などがあります。テレビを真正面からでなく、角度を付けて見ると、どのように見えるのでしょうか？

### 評価

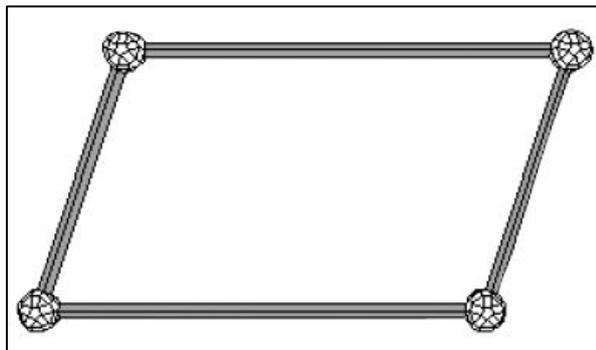
作業をしている間、クラスの様子を観察します。描かれた図や、作った模型や、算数ノートに書いたメモを点検します。最低2つの正多角形をつぶれた模型を作ることができれば、合格です。つぶれた形と正多角形がどのような関係にあるか（同じ点と異なる点）を言葉で説明できれば、基準レベル以上です。また、模型を光の中で動かすと、どうしてつぶれた形の影ができるのか、理論的に説明できなければなりません。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）
- \* 幾何学および空間認識に該当するレベル（NCTM レベル 9）
- \* 様々なメディアに用いられているアートの要素を見つけて応用するという美術のレベル

### 発展学習の可能性

この授業は、影と遠近法のデッサンの授業の入り口として最適です（“三角形の三次元版”、“動く線”、“立方体 I”、“立方体 II”、“立方体 III”、“立方体 IV”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 立方体 I

#### 授業の目的

立方体の基本的な特性、およびそれと関連した平行線、垂直な線、数のパターン、対称性のグループを学ぶ。

#### 既習事項

幾何学的なかたちと左右対称性を、代表的な数に結びつけること（“かたちと数”、“三角形の三次元版”、“動く線”）に慣れていること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

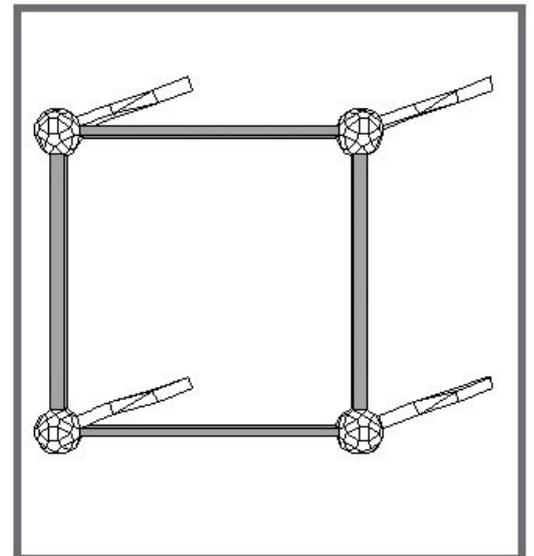
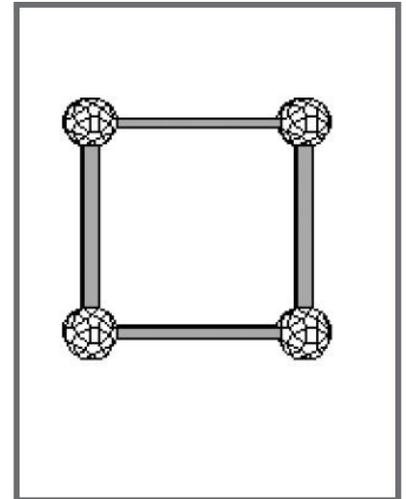
- 24 人までの生徒に対して、ゾム・システム・クリエイター・キットを 1、または 2 個
- オーバーヘッド・プロジェクター

#### 手順

クラスを 3～4 人のグループに分割して、グループにゾム・ツールを平等に分配してください。“かたちと数”の経験に基づいた、“三次元三角形”、および“動く線”の経験に基づいて、「三次元形の数 4」を構築するように各グループに促します。生徒は、「三次元形の数 4」がどういう意味か質問するかもしれません。この時点でグループの議論をリードするのではなく、作っている間にグループが概念について議論することを提案してください。この調査のために 10～15 分をみておいてください。その間、個人またはグループに援助をしましょう。**二次元形の数 2 の形は何でしたか。二次元形の数 3 は？ 二次元形の数 5 は？ なぜ長方形が二次元形の数 2 であると決めましたか？ 三角形は二次元形の数 3 でしょうか？ 五角形は二次元形の数 5 でしょうか？ 何色のストラットが二次元形の数 4 を造るのに必要ですか？ 三次元形の数 4 は？ なぜ？**

**三次元形の数 3 は何ですか？（すなわち三次元三角形） 三次元三角形を作るためにどの形を使用しましたか？ 二次元形の数 4 の形を知っているなら、どんな形が三次元形の数 4 を作るかわかりますか？** もし生徒が理解できなくて困っていたら、段階的な手順を追っていきます。先程の質問に対する答えに基づく「二次元形の数 4」を作るところから始めます。**どうして、正方形が二次元形の数 4 であると確信することができますか？** 3 番目の次元を「作り出す」ために、「動く線」を二次元形の数 4 に加えることができます。**動く線は、どの方向を描けばなりませんか？ 何色のストラットが必要ですか？** 「三次元の形」に段階を上げるために、新しいノードを動く線の端にはめて、これらのノードをストラットでつないでください。

調査終了後、各グループの「三次元形の数 4」という考え方を提示してもらい、かつなぜそれが答え



となったのか説明するように各グループの代表に依頼します。代表者は、彼らの三次元モデルの二次元の影を示すために、オーバーヘッド・プロジェクターを使うことができます。

プレゼンテーションの後、三次元形の数4についてのいろいろな概念を議論してください。**どのようにして、それが三次元形の数4であるということがわかりますか？ 二次元形の数4を作ることは、いくつのノードを使いますか？ ストラットの数は？ 三次元形の数4を作る場合、二次元の数4がいくつ必要ですか？ いくつのノード？ ストラットは？**

生徒は、算数ノートに観察を記録します。下に示すような数の表を作ります。

**三次元形の数4のもう一つの名前は、何ですか？**（立方体、六面体） **この三次元形を解説する場合、どうしますか？** 正六面体には、正多角形である6つの面があります。正多角形は、すべての辺が同じ角度で交わり同じ長さから成り立つ凸の二次元の形です。たとえば、二次元形の数4は、一般に正方形と呼ばれます。4本の等しい長さの線が、4点で等しい角度（直角）に連結されて構成されています。正多面体も、面の間の等しい角度を持つ正多角形から作られる三次元形です。生徒は、“立方体 II”の調査のために立方体モデルを保存しておきます。

さらに進めて、クラスは四次元立方体がどのように見えるかについて議論することができます。**下の表に基づいて四次元立方体の構造を予測するにはどうしたらよいでしょうか？**

	頂点の数	線の数	二次元四角形 (正方形)の数	三次元四角形 (立方体)の数
ゼロ次元四角形				
一次元四角形				
二次元四角形				
三次元四角形				
四次元四角形				

### 評価

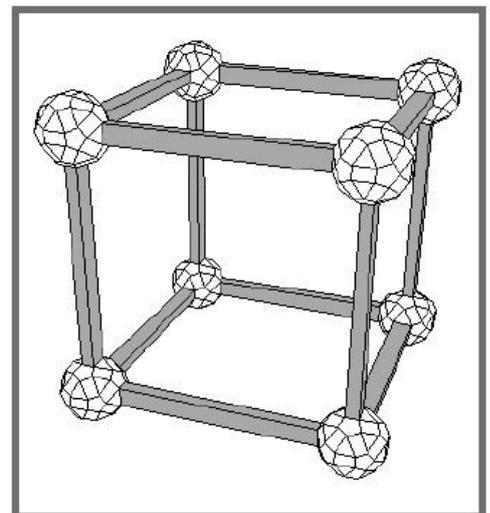
議論の間ノートを取り、算数ノートに書かれた研究内容をチェックしてください。立方体と関連した平行で垂直な線、数のパターンと左右対称性を含む立方体の基本的な特性を理解することができれば、合格です。四次元形の数字を推測することができると、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数字の感覚と数の計算に該当する数学レベル（NCTM レベル 6）
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）

### 発展学習の可能性

立方体および透視図の展望の継続的な研究（“立方体 II”、“立方体 III”、“立方体 IV”）。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 立方体 II

#### 授業の目的

投影によって立方体についての数2、3、5を学ぶ。

#### 既習事項

様々な多角形を認識し、二次元と三次元の特性を構築し記述する能力（“かたちと数”、“鏡映対称性とは何か?”、“二次元と三次元のかたち”、“三角形の三次元版”、“動く線”）。立方体の特性を構築し記述する能力（“立方体 I”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 名の生徒に対して、ゾム・システム・クリエイター・キットを 2 個
- オーバーヘッド・プロジェクターまたは日光
- 投影を映す面（オーバーヘッド・プロジェクターならスクリーン、日光の下なら白いボール紙）

#### 手順

クラスを“立方体 I”の研究のグループに再度分けます。それぞれのグループメンバーは授業中に立方体のモデル（大・中・小の立方体各 1）を作り上げておきます。

グループで、できるだけたくさんの立方体の「特別な投影」を見つけ出し、それを描くことに挑戦しましょう。そのためには、長いストラットをモデルの 1 つのノードに刺し、そのストラットの影がノードの影と重なって見えなくらい短く見えるように、モデルを持つということを説明してください。

この概念を理解する手助けとなる 1 つの方法は、熱帯地方の「無影の日」の話をする事です。1 年の特定の日に、正午の太陽に立っている場合、影はできません。これは熱帯地方に立っている人を表すように地球儀にストラットをあてがい、オーバーヘッド・プロジェクターまたは日光のような光源をあてることにより示すことができます。

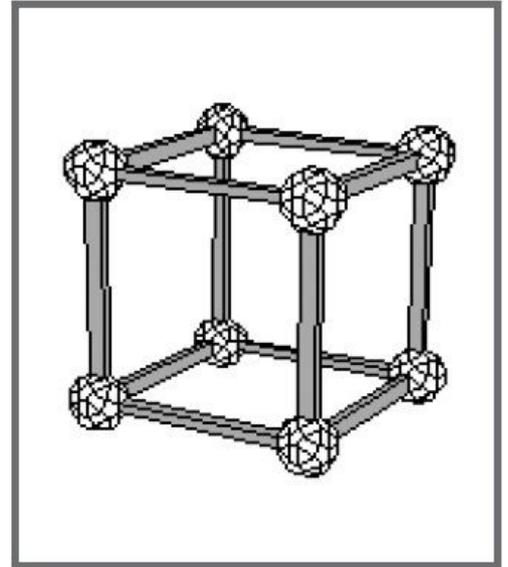
**どんな状況の下で、地球上に「無影の日」が起こりますか？ なぜ、それは正午ごろ起こりますか？ それは、夏時間に影響を受けますか？ なぜ、立っていなければなりませんか？ 太陽の光線と地球の表面の関係とは何ですか？ 太陽の光線と無影の日に外で立っている人との関係は何ですか？ なぜ、それらは熱帯地方で起こりますか？ ある一箇所で 1 年に何回、それは起こりますか？**

生徒は、効果的であるためには、光線がスクリーン/ボール紙に垂直であり、影を作らないストラットと平行である必要があることを経験によって知るでしょう。

グループを分けて役割分担をしてもよいでしょう。1 つの役割は、立方体モデルのあらゆる穴に違った色のストラットを差し込み、どの組み合わせが試されたかを記録すること、第 2 は投影する役割、第 3 は算数ノートに新しい影のスケッチをする役割です。

日光はよい光源ですが、光線が影を映す面に対して垂直であると確信することは難しい。面が太陽の光線に対して垂直であると確信することのできる方法を見つけるよう、生徒を促してください。

**“かたちと数”の単元で作った形のうちの 1 つに、中くらいの長さのストラットをまっすぐ上に突き刺した場合はどうですか？ いつ投影面は太陽光線に対して垂直ですか？ 一旦投影面が太陽の光線に**



対して垂直になったならば、それはどのようにして維持することができますか？

この調査のために25～30分をみておきます。見回って、生徒全員が、立方体モデルのノードのうちの1つに挿入されたストラットに影ができないことを確かめ、できるだけ様々な特別の影を見つけるように生徒を励ましてください。さらに、グループがクラスへのプレゼンテーションをよりわかりやすくするために、それらの調査結果を分類するよう促してください。

調査が終了したら、各チームの代表に発見したことを聞きます。**青ストラットではいくつの違った種類の影を見つけることができましたか？ 黄ストラットは？ 赤ストラットは？ どの影が気に入りましたか？ それはなぜですか？ ストラットの形と結果生じた影はどんな関係がありますか？**

何人かの生徒は、2回対称（青ストラット）軸に沿ったゾム・システムの投影図が、2回対称性を示すだろうということに気づくでしょう。同様に、3回および5回対称（黄および赤ストラット）の軸に沿った投影図は、それぞれ3回および5回対称性を示すでしょう。

生徒はこの発見について、何という言葉で表現されているのかわ知っている必要もなく、また知りたいと思わないかもしれないのですが、確かに直観的な理解をする可能性は多いにあります。

### 評価

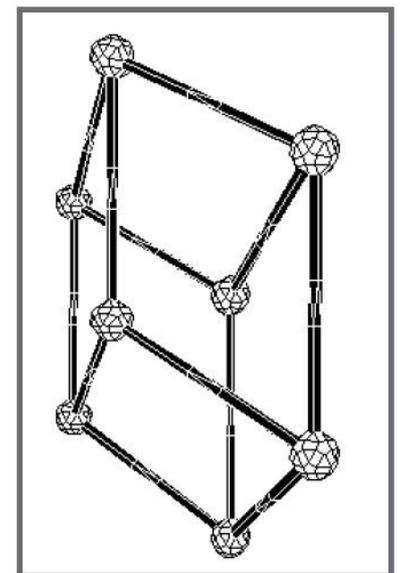
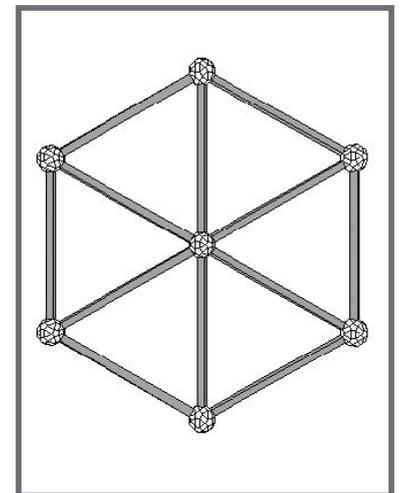
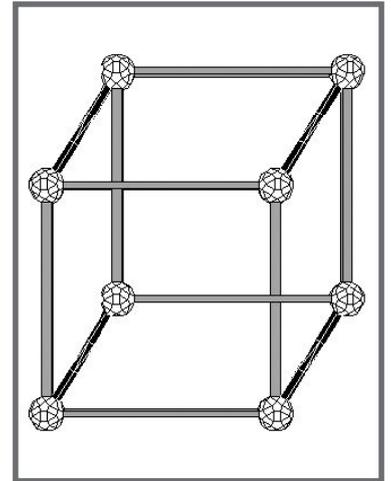
議論とプレゼンテーションの間にノートをとって、影の図面を調査してください。立方体の一連の影を作成し記述することができれば、合格です。特定の影が2回と3回の左右対称性を表わすということを正しく認識できれば基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連性の探究に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）
- \* 数のシステムと数の理論に該当する数学レベル（NCTM レベル 6）
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル（NCTM レベル 9）
- \* 形と物質とエネルギーの変化を知っていて、理解することができる物理学的レベル。

### 発展学習の可能性

対称概念の継続的な探求（“多重鏡映対称性”と“回転対称性”）。さらに、影と投影図のより多くの研究の出発点として有用です。



## 数学/物理学/美術 初級コンセプト

## ➤ 立方体 III

授業の目的

立方体の投影によって、二次元、三次元の物体の関係についての理解を深める。

既習事項

二次元と三次元の違いを定義することができる能力（“二次元と三次元のかたち”、“三角形の三次元版”、“動く線”）。立方体の特性を構築し記述する能力（“立方体 I”）。

必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、ゾム・システム・クリエイター・キットを 2 個
- 3 人の各グループに対して、青写真用紙（感光紙）（9×12 インチ）1 枚（「資料」項参照）
- 各グループに、投影するための 12×15 インチのボール紙、1 枚
- 青写真用紙のシートとゾム・システムモデルを入れるのに十分な大きさのボール箱、各 1 箱
- 市販のアンモニア水
- 9×12 インチのプラスチックの容器、またはケーキ型（アルミニウム製でないもの）、各 1 個
- マスキング（保護）テープ

手順

「資料」の項に従って必要なものを用意します。アンモニア溶液は事故のもとになる可能性があります。『注意』や『緊急』の表示があるものは慎重に扱ってください。大きな青写真用紙を9×12インチに切ります。

感光紙を用いて作業をするので、ワークエリアは直射日光の当たる場所を選びましょう。感光紙は直射日光では数秒で反応し、蛍光では1時間未満、白熱光では数時間がかかるでしょう。

“立方体 I”、“立方体 II”の調査と同じグループを再度構成してください。グループメンバーはそれらのレッスン中に構成した立方体のモデル（各グループに大・中・小各1つ）を用意します。各グループで、日光と青写真用紙を使って立方体の「永久化した影」の作成に挑戦しましょう。作業にあたって、気づいたことは必ずノートを取ります。

最初に、保護テープを使用して、1枚のボール紙に青写真用紙のシートをはり付けます。立方体モデルは、(できればピンで固定して)青写真用紙上に置きます。**影をシートの外に出さないためには、立方体を青写真用紙上のどこに置かなければなりませんか？ どのサイズの立方体を使用しなければなりませんか？ 太陽は空のどこにありますか？**

立方体と青写真用紙を覆うようにダンボール箱を置いて、直射日光が当たるところに置いてください。箱を取り除いて、青写真用紙を黄色から白に変色させてください（約3～5秒）。モデルと青写真用紙を覆う箱を再度置いて、日光を遮ってください。「資源」の中で述べてある指示に従って、イメージを「現像」してください。

すべてのグループが立方体の影を作り出すことができたなら、それらを見ながら議論するために教室内に貼り付けます。**すべての影は同じですか？ なぜ？ すべての影に共通点はありますか？ 立方体のモデルにおける共通点は何ですか？ どうしてすべての立方体は同じであるのに、その影は様々になる**

のでしょうか？すべての影においていくつの正方形がありますか？ ひし形は？ 正方形はひし形に含めて良いですか？ それぞれの影にいくつの線がありますか？ 頂点はいくつありますか？ 今回作成された影のゾム・システムモデルを立方体以外で作ることは可能ですか？ 最後の質問に対する答えは“立方体 IV” レッスンで見つかるでしょう。

### 評価

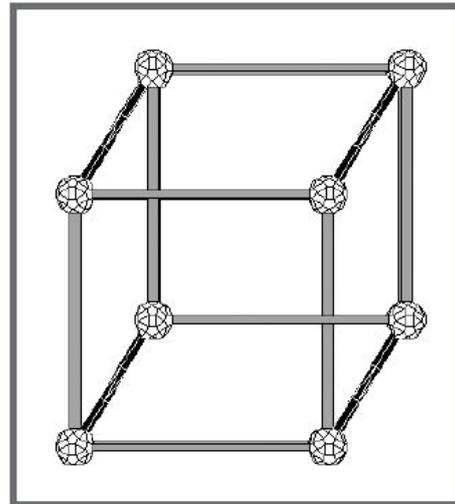
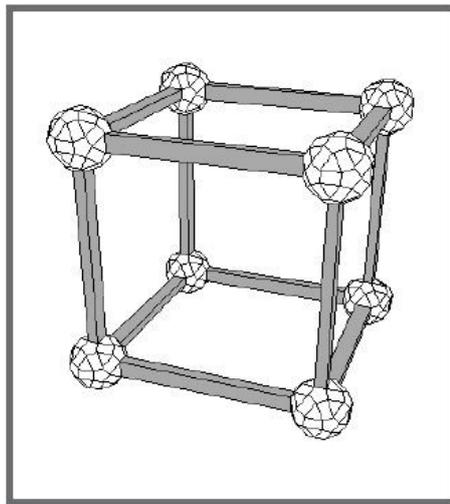
議論や実験の間にノートをとって、構築された「影」とチームで書いたノートを再調査します。立方体の永久化した二次元イメージを作成し分析できれば基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連性の探究に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)
- \* 形と物質とエネルギーの変化を知っていて、理解することができる物理学的レベル。
- \* 透視画法と投影図について述べる事ができる美術のレベル

### 発展学習の可能性

影と透視画の更なる研究



## 数学/哲学/美術 初級コンセプト

## ➤ 立方体 IV

授業の目的

立方体および他のモデルの投影を行うことで、三次元と二次元の関係についての理解を深めること。

既習事項

二次元と三次元の違いを定義する能力（“二次元と三次元のかたち”、“三角形の三次元版”と“動く線”）。立方体の特性を構築し記述する能力、また普遍的な立方体の投影を作る能力（“立方体 I”、“立方体 II”、“立方体 III”）。

必要な時間

45～60 分の授業を 1 回。

必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個。
- “立方体 III”の研究でつくられた、グループごとの青焼きの立方体「影」。
- 3 人の各グループに投影を映すための 12×15 インチのボール紙、1 枚
- オーバーヘッド・プロジェクター、または十分な太陽光
- 透視図と光学的錯視に関する本、ポスター、スライドあるいは他の材料。M.C.エッシャーの作品が推奨されます。

手順

いくつかのグループが同時に影を投影できるよう、クラスを組織してください。壁全体を照らすために、部屋から遠いところにオーバーヘッド・プロジェクターを 1 つセットするか、または何台かのオーバーヘッド・プロジェクターを使ってください。あるいは、教室内の日当たりのよい所、または戸外で活動することもできます。

“立方体 III”授業と同じように、3つのグループにクラスを再編成してください。各グループは前の授業で、青焼きの用紙上でとらえた立方体とは異なるゾム・システムモデルをつくることに挑戦しましょう。各々のグループのメンバーは、挑戦できると思う 1 つのモデルをつくらなければなりません。メンバーは「記録係」、「支える係」、「影の係」の役割を順に回さなければいけません。

記録係は、自分のモデルの実験を指図し、算数ノートに結果を記録します。モデルを支える人は、光と投影面の間で様々なポジションでモデルを支え、影の係は投影面(それに青焼きした立方体の影が貼り付けてある)を様々な位置で保持します。

「支える係」と「影の係」は、立方体の青焼きの影の上に三次元のモデルの影を直接投影するように協力します。記録係は、2つの影がよく一致するまで、モデルあるいは投影図の位置の変化を提案し、指図します。5分後も一致させることができない場合、グループは役割を交代し、次の記録係のモデルを試みるべきです。グループが 3 つすべての役割交代を終了した場合、各グループはクラスで発表するために、1つの成功した影を選択します。

プレゼンテーションの間、および、プレゼンテーションの後、生徒が発見したことを話し合ってください。**前に探求した立方体の影はすべて同じでしたか？ なぜ？ なぜそうでない？ 立方体と同じ投影を作る、立方体以外のモデルを作ることは可能ですか？ ひとつ以上ですか？ いくつくらい？ 新しいモデルは、立方体モデルと共通の何かを持っていますか？ 各々の成功した新しいモデルは、どれ**

くらの数のストラットを持っていますか？ ノードはどれくらいの数ですか？ 立方体の青焼きの影と、同じ投影の平面モデルを作ることができますか？ それは簡単ですか？ 難しいですか？ なぜ？ 投影図を光から遠ざけて回転させる場合、影はどうなりますか？ なぜ？ 太陽が空を移動する場合、影はどうなりますか？ 2人が同じ図面を見て、2つの異なるものを読み取ることができましたか？ それは、なぜですか？

M.C.エッシャーやその他による美術品を使用して、知覚、遠近法、次元および光学的錯視の探求を続けます。作図および知覚はすべて、三次元(物)から二次元(イメージ)へ、そして逆に三(+ )の次元(意識の中に存在する物体)への飛躍と関係しています。生徒は、これらの概念の実用化、およびより抽象的、哲学的な面の両方について議論することができます。

### 評価

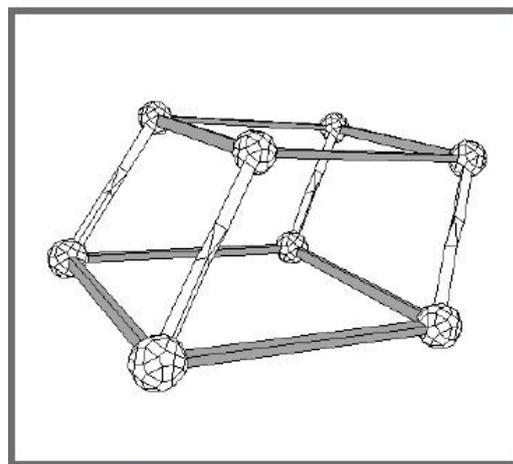
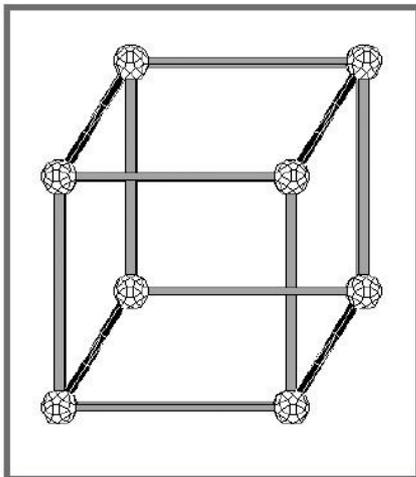
議論の間や生徒の実験中にノートをとって、グループによって作成された「影モデル」とノートを評価してください。以前に立方体を使用して作成したものと同一の投影となるゾム・システムのモデルを構築することができれば、合格です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)
- \* 展望と投影図についての美術の把握レベル

### 発展学習の可能性

影と投影図のさらなる研究。



## 数学 初級コンセプト

### ➤ 奇数と偶数

#### 授業の目標

二次元の多角形の回転対称性に関して奇数と偶数の数の概念を学ぶ。幾何学的投影の概念を導入する。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回。

#### 必要な材料

- 30人の生徒に対して、クリエイター・キット1、2個。
- オーバーヘッド・プロジェクターまたは黒板。

#### 手順

生徒を3人ずつのグループに分け、それぞれのグループにゾム・システムを均等に配ってください。コンポーネントについて少し議論を始めてください。**ノードの穴は、どんな形をもっていますか？ ストラットはすべて同じ長さですか？ 3つのタイプのストラットは、どのように互いに異なりますか？**生徒は、赤ストラットおよび黄ストラットに「ねじれ」がある一方、青ストラットが「まっすぐ」であると指摘するでしょう。**なぜ、そのようになっていると思いますか？**

グループに、“かたちと数”の探求経験に基づき、ストラットの断面の形を築くように依頼してください。グループは3つの形、黄金長方形、正三角形、正五角形をゾム・ツールでつくります。後で算数ノートにそれらの形を写し取るように、より短いストラットを使用します。

次の挑戦はゾム・システムのパーツを使用して、それらの形の中心を見つけることです。中心に来るノードと他のノードが、テーブル上で水平状態になるかどうか、質問ができるかもしれません。これは、長方形では可能ですが、三角形と五角形では不可能です。生徒が解決法を考える時、教師はオーバーヘッド・プロジェクターにそれを置き、これらの多角形の中心を見つけるという問題を解決できるかどうか尋ねます。**ノードの影はどのように、形の中心に「投影」されますか？**生徒に、3つの形をテーブルに水平に置くように伝えます。**多角形の角からまっすぐに突き出て、中心のノードに挿入することができるストラットを見つけることができますか？**“かたちと数”の中で示されるように、中心にあるストラットの横断面の形はテーブル上での形と同じです。

**私たちはどうやって白紙の中に中心点を描くことができるのでしょうか？**長方形のモデルと定規を使えば、単純に解決できるでしょう。それでは、紙に描いた2本の対角線のうちの1本を選ばせ、それを「中心線」と呼び、モデルの「スポーク」（中心のノードに挿したストラット）のうちの1本が中心線と一致するように、中心点の上にモデルを置いてください。グループは、スポークのうちの1本にテープで印をつけます。そして用紙にモデルを写し取るように指示してください。**長方形の何本の辺が、中心線の一方に来ますか？**算数ノートに数を記録します。

紙に描いた中心点上にモデルの中心ノードを置いたまま、モデルを半回転する方法を見つけるようグループに促し、回転させた結果を写し取ります。説明のために、時計との類推を用います。長い針は、時間の最上位12を指し、半分まわるとそれは6を指します。生徒は中心線の一端に12と書き、他端に6と書きます。テープをはったストラットを「長針」と呼ぶことができます。その後、グループは、ノートの別のページに、他の2つのモデルについてこのプロセスを繰り返し、それらの観察を書き留めます。

授業の終わりに、気づいたことについて約10分間議論させてください。半回転したとき、長方形(2の数)はそれ自体と一致し、他方で三角形(3の数)および五角形(5の数)は「星形」になっていることを

発見するでしょう。長方形には中心線の片側に 2 本分のストラットがあり、三角形は 1.5 本です。また、五角形は 2.5 本です。偶数の数のストラットはまっすぐの形をもっているが、奇数の数がつけられたストラットはねじれているという結論に、生徒を導いてください。

発展としての優れた挑戦は、ノードの形をもつ球形のモデルをゾム・システムでつくることです。この大きなモデルで、ノードの両側の三角形と五角形の穴が、互いに半回転した関係にあることを簡単に確かめることができます。構造中のノードが同じ方向を保つように、奇数のストラットはねじれを必要とするのです。

### 評価

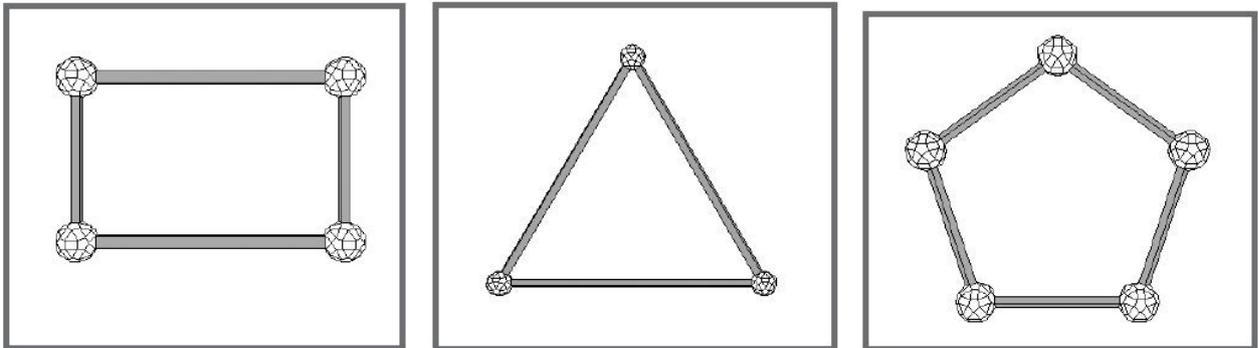
算数ノートに書いた活動と図を評価してください。異なる形が $180^\circ$ 回転するとどのようになるか、生徒達が理解しているのか確認するために、個々やグループに質問してください。回転した多角形の図を完成することができれば、合格です。偶数の数のストラットがまっすぐである一方、奇数の数のストラットがねじれていると結論づけることができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数字の感覚と計算法に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)

### 発展学習の可能性

先生が、中心へ向かうストラットが多角形の下側にくるように持ち上げると、かっこいい「コマ」になるとわかる生徒もいるかもしれません。これはコマ（“コマ”）のレッスン・プランへの良い導入となり、フォローアップともなります。



## 言語科目/数学 中級コンセプト

## ➤ 図で説明

授業の目的

幾何学模型を使うことによって、わかりやすく論理的な記述方法を学ぶ。

既習事項

ゾム・ツールで遊んだ経験があること。

必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キットを 1、2 個

手順

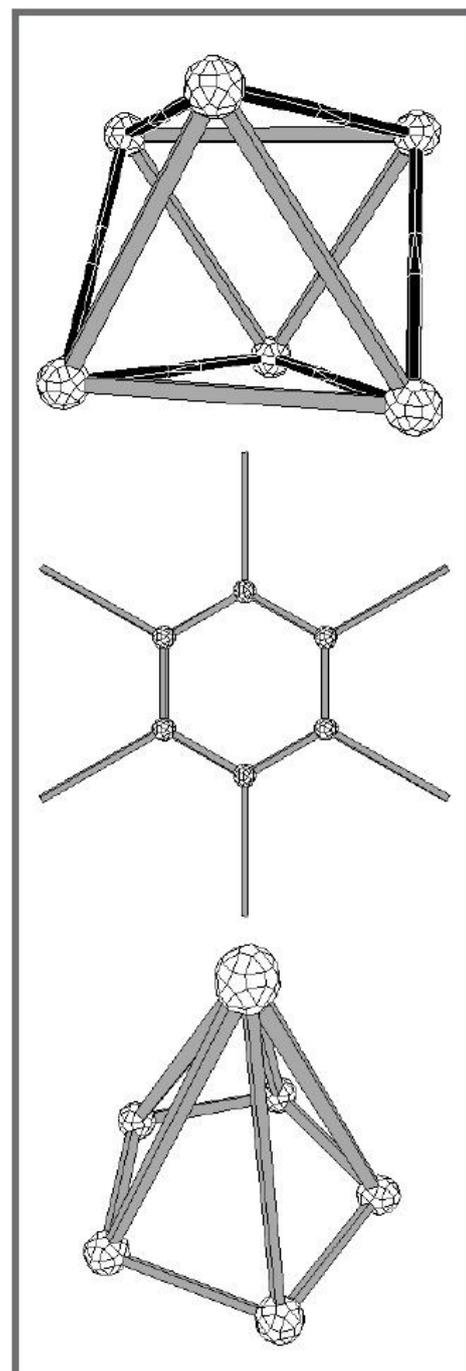
クラスに、説明文を基に模型を作る授業をするということを説明します。

生徒を 2 人ずつのグループに分け、ゾム・ツールを配ります。ペアとなった 2 人は背中合わせに座るように椅子を動かします。ここでは、パートナーが書いた説明を基に、もう 1 人が小さな模型を作ります。まず 1 人が 10 分ほどでゾム・ツールを使いシンプルな模型を作り、モデルの説明文を書きます。作った模型が見えないようにその説明文をパートナーに渡します。そしてそれを受け取った人は説明文を見ながら 5 分ほどで模型を再現できるように取り組みます。5 分経過したらオリジナルの模型と説明文を参考にして作られた模型を見比べます。

**モデルは同一ですか？ もし違うなら、それはなぜでしょうか？  
モデルは説明文通りに作られていますか？ 完璧に同一の模型を作るためには、説明文のどこが間違っていましたか？**

これらの議論を通して生徒たちは一通りの手順を復習し、それによってより良い論理的な説明文を書けるようになります。クラス全体でそれぞれのペアが感じたことなどを話し合い、授業内容について討論します。**練習は難しかったですか？なぜ難しいのですか、なぜ簡単でしたか？あるモデルは、説明文を書くのが他のモデルより簡単だったのでしょうか？ 説明文を書くにはどんな基本原理が必要ですか？ 良い説明文を書くために、なにか具体的な幾何学の単語を知る必要がありますか？ 製図は助けになりましたか？このような記述の力は、どのような場合に应用できるのでしょうか？ 理論的な記述をするためには、どのような専門知識が必要でしょうか？**

生徒達の最終的な目的は、モデルの説明文はどのように構成されるべきかを学び、簡単なマニュアルを書くことです。



### 評価

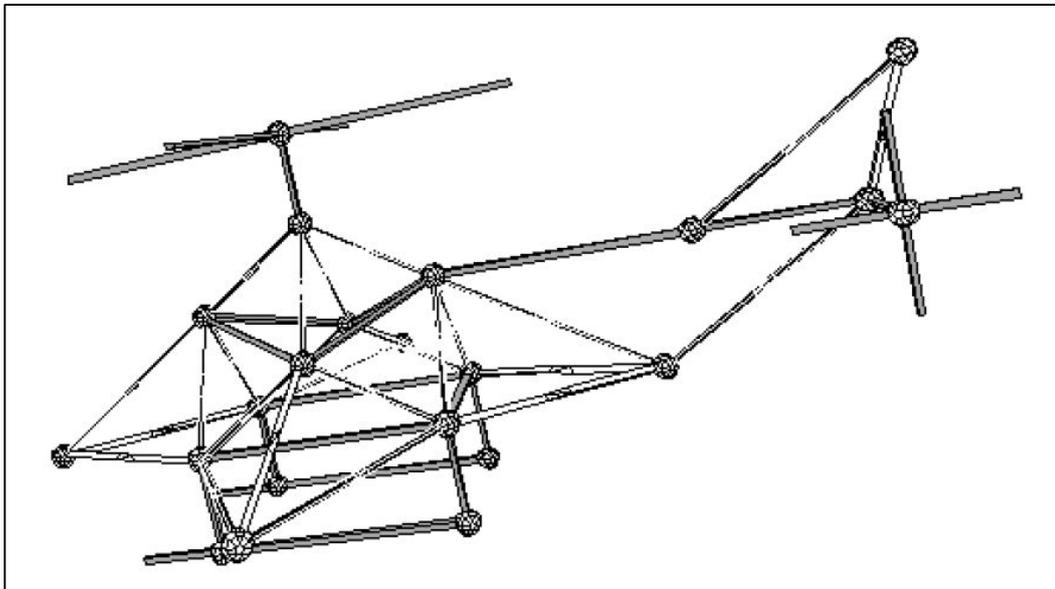
生徒がモデルを組立てたり、説明文を書いているところを観察します。生徒の『説明マニュアル』を評価します。パートナーが事前に作っておいたゾム・ツールの全く同じモデルを作成できるように、わかりやすく正確な説明文を書くことができれば、合格です。モデル説明文の普遍的な記述方法の『マニュアル』を作り、同時にこのタイプの説明文の記述を実際の生活に適用できるような関係性を探し出すことができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 様々な目的についての記述、討論に該当する言語・討論的レベル。
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル。(NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

幾何学の用語(“二次元と三次元のかたちの命名”)。建築プロジェクト(“橋を架けるプロジェクト”)に関連した技術的な記述。



## 物理学 中級コンセプト

### ➤ バブル II 極小曲面

#### 授業の目的

石鹼の泡の幾何学について理解する。そして、その泡の形は、表面張力と最小表面積の関係を表す法則に基づき成り立っていることを理解する。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1、2回

#### 必要な材料

- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キット 1、2個
- コップ5分の1杯の液体石鹼が入った水のバケツ（3から4個）
- ストロー
- 風船
- 小さい滑車2つとひも3本

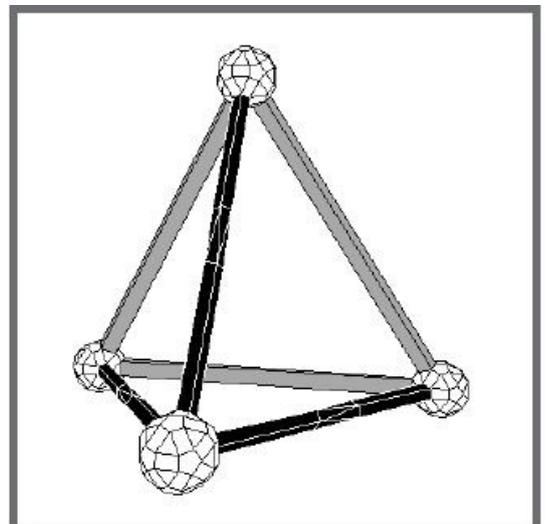
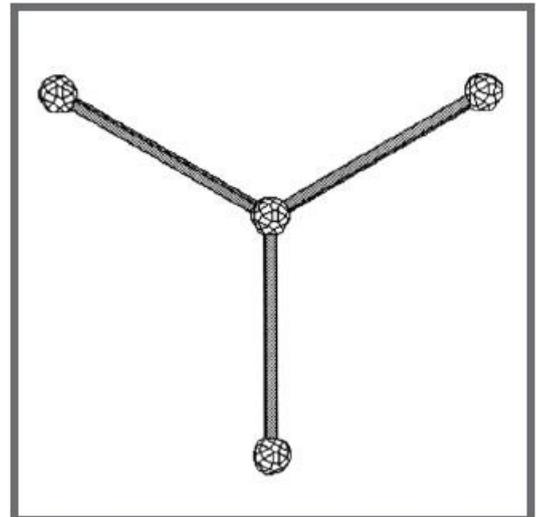
#### 手順

“泡から始める”の授業で使った溶液がなければ、授業前にシャボン液を作っておきます。教室内で生徒が作業をする場所の近くにバケツを置きます。床および作業場に新聞紙をひき、液体が飛び散るのを防ぎます。授業の始めは、自然界が必要最小のエネルギーによって動かされている、あるいは少なくとも影響を受けているということを話し合いながら、テーマを導入します。**生徒たちは、良い例を思い浮かべられるでしょうか？** ひとつの良い例は川です。川は常に海に向かい、最小限のエネルギーを使って流れています。川は、山を迂回できる場合には、山に向かって、山越えをしたりしません。それは怠けているのではなく、単に最小限のエネルギーを使うという自然の法則に従った結果なのです。

石鹼の泡もその良い例です。**石鹼の泡の一般的な形はどのようなものなのでしょうか？ なぜそれは球体なのでしょうか？** この点について話し合いをしてみましょう。

風船は泡と同じ法則に従うため、石鹼水の泡のデモンストラーションとして使えます。風船を膨らませると、表面張力が高まり、風船の膜はあらゆる方向に引っ張られます。風船の表面が薄くなりすぎると、シャボン液の泡の様に風船は割れます。シャボン液の泡についても、膜の表面の張力（泡を縮めようとして引っ張る動き）、内部の空気圧（外へ押し出す動き）について同じことがいえます。

**なぜ泡は球体をしているのでしょうか？ なぜ立方体や角錐ではないのでしょうか？** 泡は外気に対して最も小さ



な表面で接しようとしします。最も大きい体積で、しかも最も小さな表面積を持つものが球体なのです。球体は、またあらゆる方向から見ても対称であり、内圧と張力が均一であることを示します。

**どのようにして内部の、または外部の力のバランスがわかるのでしょうか？**

泡同士が結合する時、その大きさに関わらずお互いがお互いを同じ力で引っ張りあいます。説明のために滑車とひもを使って簡単な器具を事前に作っておくのも良いでしょう。

3個のおもりを、それぞれ3本のひもに結びつけてください。そして、1本のひもの他端に、おもりをつけた2本のひもの端を結びます。3つのおもりは同じ重さにします。2個の滑車の上に、それぞれ2本のひもをかけて下さい。

私たちが滑車をどう動かしたとしても、ひもは常に120度の角度を保とうとします。石鹸の泡もこれと同じです。泡を追加したり、はじけたりなどの変化が起きた際には、全体のつり合いがとれるまで微調整を続けます。生徒はひもの角度を確かめるために、120度で交わる3本の青ストラットを使います。次に、生徒は正三角形の3つの頂点を6セット描きます（訳注：下の図の上部には3セットだけ描いてあります）。3つの点を結び付ける最短の方法を探しましょう。各方法の線の長さの総計を測り、それらを比べてみましょう。**どれが一番短いのでしょうか？** 同じテストを4つの頂点、5つの頂点で試してみましょう。**最短の方法に何か共通点はあるのでしょうか？**（3つの線が交わる）

生徒にゾム・ツールを使って泡の実験、探求を続けるように促して授業のまとめに入ります。生徒に簡単な三次元構造のモデルを作らせ、シャボン液に浸させます。必要であればグループを見回って補助し、生徒が何か発見をした時にはよく見ておきましょう。**泡はなぜ枠の外側には無いのでしょうか？**（構造の内側にある泡のフィルムは外側の泡より小さい）**これはどのように風船に関連しているのでしょうか？** **泡の膜は枠の中でどのように交わっているのでしょうか？**（泡の形のそれぞれの辺は3つの膜がきっちり120度で出会うことにより作られている）四面体や三角柱の中の泡のラインが、構造のノード間の最短距離をどう表しているのか議論しましょう。**この種類の知識が実際に生かせる場所はあるのでしょうか？**（良い例は電気会社で、彼らはもっとも効率の良い方法でたくさんの町をつなげていこうとします）**なぜ膜の辺は立方体や五角柱の中央で出会わないのでしょうか？**（1点でたくさんの泡の膜が出会いすぎるため）

## 評価

生徒のノートのチェックし、チームの代表者にチームで発見したことを提出してもらいます。泡がどのように自然の最小のエネルギーを使おうとする動きを示しているのか言葉で表すことができれば、合格です。最小のエネルギーの法則によって、泡の自然な三回対称性がどのように修正されているのか述べる事ができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

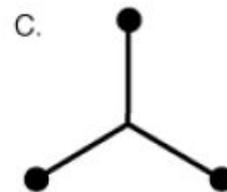
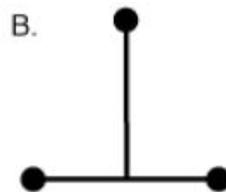
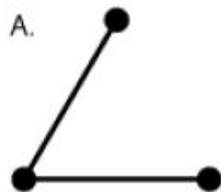
\* **自然法則の一貫性**、特に表面張力や、自然界でのエネルギー活用の科学的レベル。

## 発展学習の可能性

表面張力や自然界で見られる最小のエネルギーを使おうとする働きなどを扱った自然科学の授業。幾何学を使った経済的な建築、構造を説明した数学の授業。

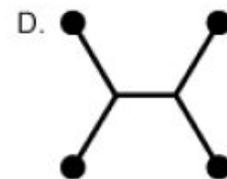
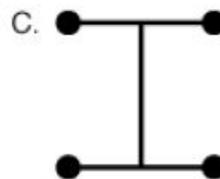
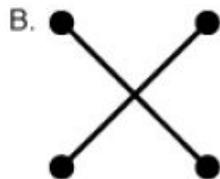
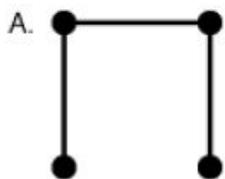
可能な線と最短の線

3 Points



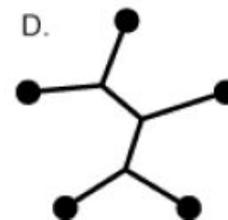
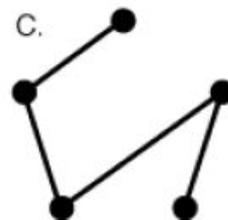
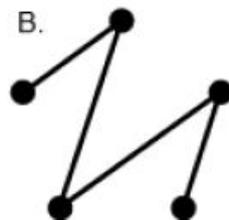
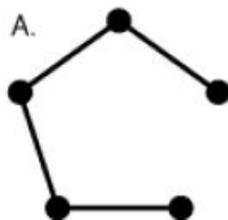
Shortest

4 Points



Shortest

5 Points



Shortest

## 建築学/物理学 中級コンセプト

### ➤ 世界で一番高い塔

#### 授業の目的

建築における構造の安定性の探求。三角形構造による補強、その構造の重要性を理解する。

#### 既習事項

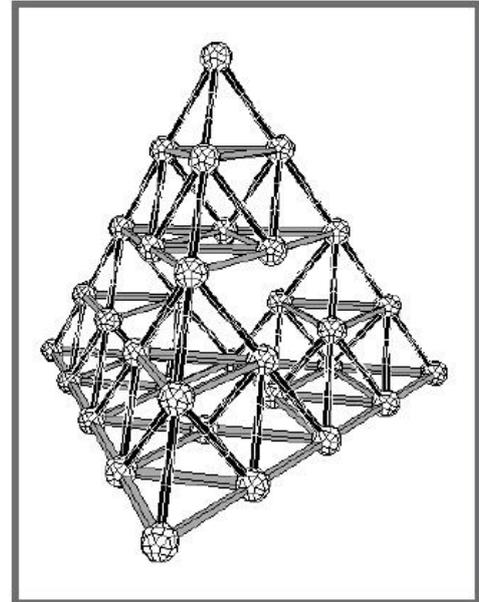
基本的な多角形の名前と形を区別できること。重力の仕組み、考え方の背景の理解。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 2,3 回

#### 必要な材料

- 5～7 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1 個
- 電話帳、または重い本 6,7 冊
- 桁構え、腕木や空間枠組などの建築的要素が書かれているポスターや本



#### 手順

授業の導入で、私たちの日々の生活の中で幾何学をどのような場面で使うかを議論します。この議論に関する知識は、家、橋、塔などをデザインしたり建築したりするエンジニアや建築家にとって、非常に大事なことだと気づく生徒もいるでしょう。**彼らは、作品にどの構造体を使うのか、どのようにして決めるのでしょうか？ ある特定の形はそれ以外のものよりも一般的なのでしょうか？ 形が魅力的かどうか重要な事なのでしょうか？ ある形は他の形よりも製造するのが簡単なのでしょうか？ ある形は他のものよりも強い強度を持っているのでしょうか？**

まずクラスを 4、5 人のグループに分けます。彼らの課題はある量の重さ、（例えば電話帳 3 冊）を支えられる、できるだけ高い塔を作ることです。高学年の生徒には更に高い課題を与えてもよいでしょう。例えば、予算に基づいた作業など（“橋を架けるプロジェクト”のユニットにおける『建設班募集』のワークシート参照）。チームが進めるべき組立のプランや組立予定、組立過程について議論します。最初のデザインについてはタイムリミットを設けましょう。

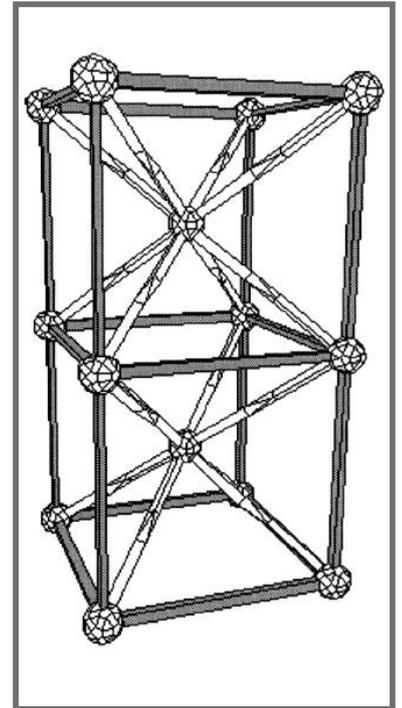
生徒の間を見回り、作業について質問をします。**塔を作り上げる前にどのように形の強さをテストできるのでしょうか？ 短いストラットより長いストラットを使うほうがいいのでしょうか？ 塔はどのようにして壊れるのでしょうか？ ノードとストラットの結合部分でしょうか？ それともある部分が実際に壊れるのでしょうか？** 組立の様子を、生徒は継続的にノートにとっていく必要があります。各グループで最初のデザインのものででき上がったら、各グループがそのデザインを発表します。一番高い塔から、事前に決めておいた重さに耐えられるかどうかをテストしていきます。電話帳が積まれた塔の様子について議論します。**横にグラグラと震えているのでしょうか？ 傾きかけているのでしょうか？ どの部分が弱そうでしょうか？** 最後にそれぞれのタワーの限界を見るため、更に電話帳を積み上げていきます。

どんな形、どんな補強方法が良いのか、悪いのかを議論していきましょう。生徒たちは自分達の組み立てた塔のパターン、比率、安定性の定義を書きます。そしてクラス全体でタワーのデザインにおける

これらの要素について議論します。建造物をより強固なものにするのに、どんな形が適しているのでしょうか？ 高い塔において何か共通の要素があるのでしょうか？ それらは最も頑丈でしょうか？ 最も効果的でしょうか？ 2個目の塔を作るとしたらどのようにデザインを変更しますか？ どの部分をそのままにしますか？ 議論の後、デザインの変更を実際にテストするため、新しい塔を作ります。

この単元で学ぶべき主なコンセプトは、三角形による補強が最も効果的に重さを分配できるということです。なぜ、そして何が三角形を長方形や正方形よりも強くしているのでしょうか？ 私たちはどのようにそれを発見できるのでしょうか？ これらの形の強度、質を実証するよい手段は、三角形と長方形を組み立てて、自分の手で圧力をかけることです。辺の長さに変化が無くても長方形の角度は変わります。だからバラバラになるまで折りたためます。三角形では辺同士がお互いを固定しあうため、角度と長さは変わりませんし、また折りたためません。各辺にたいしてだんだん大きな力をかけていくと、最後には、かたち全体がこわれてばらばらになります。

グループで2つの塔を作り終えたら、3列の表を作り、パターンの名称、構成要素名、安定性を書き、そして二つの塔の性質をリストアップしましょう。三角形による補強の定義についても書く必要があるでしょう。



## 評価

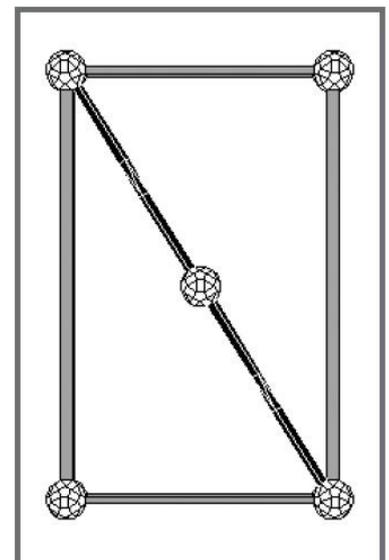
生徒の組立状況を観察してください。生徒に作った塔を描かせ、異なるデザインの効果について話し合ってください。三角形による補強、組立が建造物の安定をもたらすことを理解することができれば、合格です。なぜ三角形が強いのか文章で表すことができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 構造の安定性の科学技術的レベル
- \* 建造物への圧力や重力の影響の自然科学的レベル
- \* 数学的つながりへの探求の数学的レベル (NCTM レベル 4)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

## 発展学習の可能性

三角形のパターンや重力、圧縮など、更に深い議論やモデリング。これは建築や工学、および街のプラン（“住める都市”）の都市の議論のユニットにおいても良い導入となるでしょう。



## 公民/経済学/建築学 中級コンセプト

### ➤ 住める都市

#### 授業の目的

モデルを展開、組立て、都市の構成、社会的問題、経済、産業などの問題を討論、研究する。

#### 既習事項

ゾム・ツールの使用経験

#### 必要な時間

組立に 3~4 時間、討論に 1~2 時間

#### 必要な材料

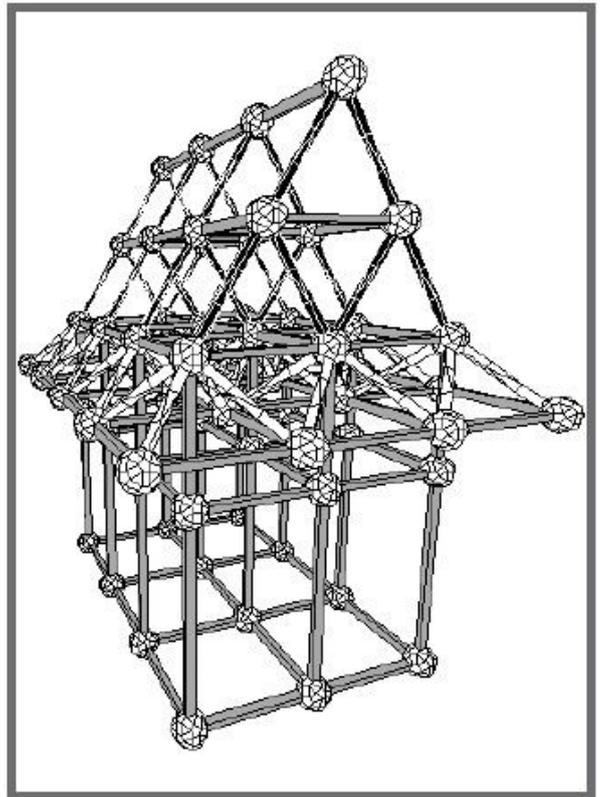
- 10~12 人の生徒に対して、クリエイター・キットを 1 個

#### 手順

授業の導入として、生徒が住んでいる街についての話し合いをして下さい。**私たちの街はどのように構成されているでしょうか？ 道路はきちんとした列になっているでしょうか？ お店や、産業、家はどのように位置しているでしょうか？ 私たちの街は、どのようにしてこのように構成されたのでしょうか？** この授業は街がどのように構成されているのかを学ぶ授業だと生徒に説明します。

床に 25 フィート四方の正方形をマークします。これが街の居住空間です。この授業のゴールは、すべての生徒が住むスペースをもつことです。ここで表される住むスペースとは、ゾム・ツールで完全に閉じられた空間を指します。ゲームを始める一つの方法はランダムに生徒にゾム・ツールを配ることです。ある生徒たちにはスペースを与え、ゾム・ツールは与えません。また逆に、ゾム・ツールを持っている生徒たちはゾム・ツールをどう使うかを決められますが、組み立てることはできません。そのためゾム・ツールを持っていない生徒を連れてこなければなりません。このゲームの目的はそれぞれの生徒がユニットの最後には住むスペースを見つけていることです。この目的はもちろん討論で達成します。

**誰か家が無い状態の生徒はいますか？ なぜ彼らは家が無いのでしょうか？ (家がある人、無い人で尋ねあいましょう) もし家が無い人が居たら、彼らはどのように感じているのでしょうか？ 誰か必要以上に大きな家を建てている人はいませんか？ なぜ？ それに対して他の人はどのように感じているのでしょうか？ あなたはすべての生徒に家を行き渡らせることが可能だと思いますか？ これは実際の世界でも可能だと思いますか？ 全員が家を持つもっとも効果的な方法は何でしょうか？ それぞれの人**



が一戸建ての家を持つことでしょうか、アパートやマンションのようなものでしょうか？ すべての方が家を持つのが望ましいことでしょうか？ 作られた街は実際に彼らが住む街と比べてどのようなものでしょうか？ 相違点について、またなぜそのような結果になったのか議論します。この活動は経済とどのようなつながりを持つでしょう？ 基本的な経済の法則は土地とゾム・ツールの交換において使われているのでしょうか？ この作業の中でどのような社会的問題に関連づけられるのでしょうか？

### バリエーション

高学年の生徒にはもう少し複雑な思考、判断を要する部分を与えるのもいいでしょう。それは、例えば産業のコンセプトです。先生は住むために必要なもの、例えば電気、ガス、水道などの建設を提案することもできるでしょう。生徒はそれらのビルを建設したり、他の工場を作ったりもできます。すべてはツールの組み合わせにより物理的に表されます。これによって資源利用、高度なデザイン、経済問題等の考え方がもたらされます。生徒は自分達の世界の中でゲーム展開を発達させる時間と場所を与えられるべきです。

### 評価

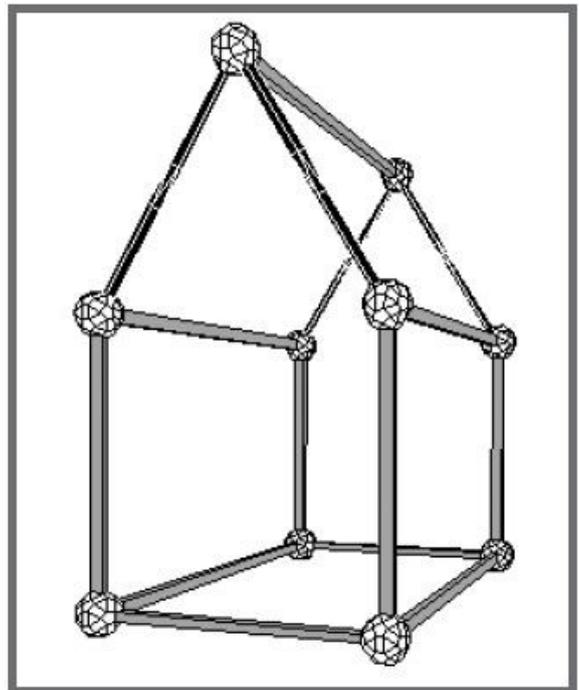
モデル作成、グループでの討論をノートに記述します。もし可能ならレポートを提出させます。生徒が最終的に家を確保すること、そしてこの授業を通して経済や社会的な問題の基本的理解ができれば、合格です。

### 対応する基準

- \* 数学的問題の解決方法論としての探究や応用の数学的レベル（NCTM レベル 1）
- \* 社会的資源の分配、経済、政治倫理学の社会科学的観点。
- \* 様々な目的についての記述、討論言語技術。
- \* 思考能力を読み書きや会話、解釈に応用するための言語技術。

### 発展学習の可能性

建築や経済的な組立（“橋を架けるプロジェクト”“三角形によるタイル貼りの三次元版”）の継続的学習。街の構成プラン、資源分配、税制、倫理学、哲学の社会的組織等の討論。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 素因数

#### 授業の目的

演繹的な推論を通して3つの素因数について学ぶこと。

#### 既習事項

素数の学習経験。幾何学形に関連した数字(“かたちと数”)の学習経験。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要な材料

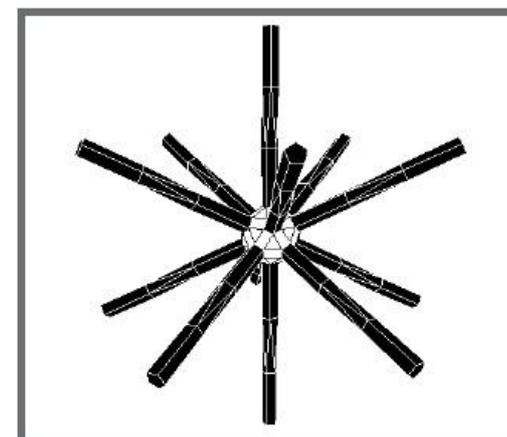
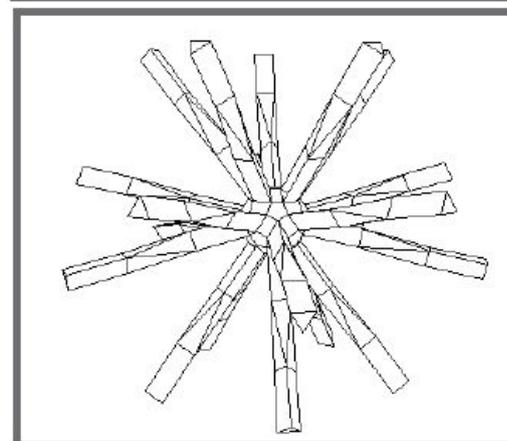
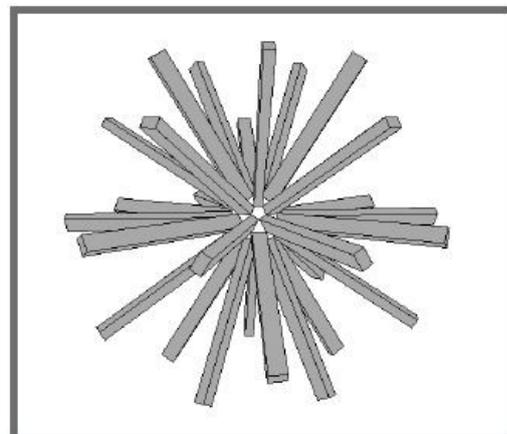
- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キット 1, 2個
- アナログ時計

#### 手順

生徒を4人1組のグループに分けます。それぞれのグループにノードを4個、ある長さの各色ストラットを配ります。例えばノードを4個と赤、黄、青の短いストラットを配ります。長中短の長さのうち、短と中のストラットを使うのが最適ですが、クラスの人数が多い場合は長でも作業が可能です。

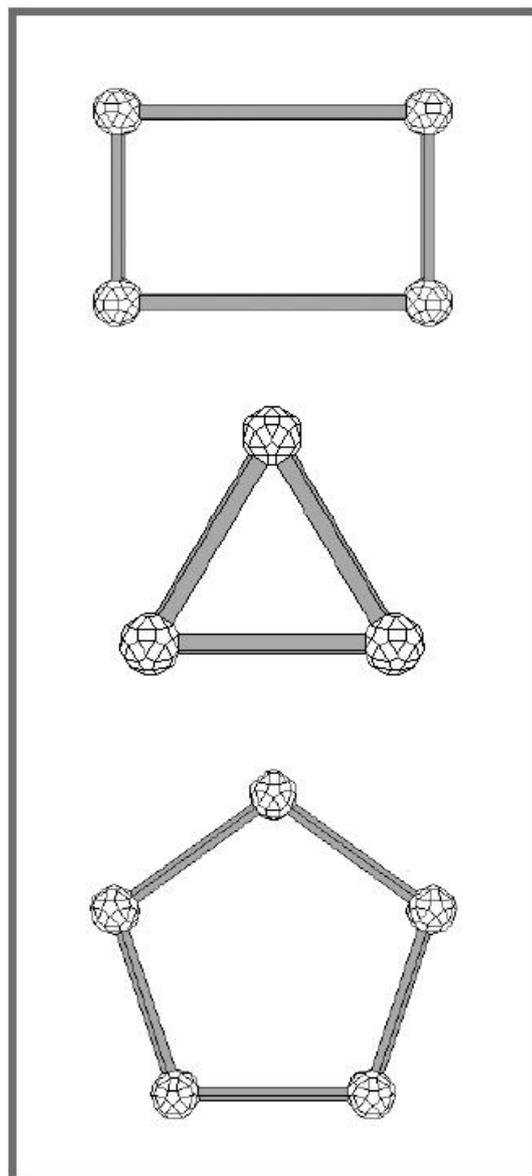
ゾム・ツールのノードについて簡単なディスカッションをします。**ノードには何種類のタイプの穴があるでしょうか？ どんなかたちでしょうか？ ノードにはいくつの穴があるでしょうか？ 穴の数を数える効果的な方法はあるでしょうか？**グループでこの問題に取り組んでみましょう。いくつかのグループは長方形の穴、三角形の穴、五角形の穴を数える役割を分配するでしょう。彼らはある特定の形の穴がいくつあるかを「針刺し」つまりノードのある特定の形の穴にストラットを刺すことで知ることができるでしょう。まだ思案中のグループに「針刺し」による方法を提案してみましょう。

5～10分ほど時間を与え「針刺し」を組み立てさせ、ストラットの数を読ませます。**ストラットを数える一番良い方法は何でしょうか？**多くの生徒がストラットを取り外して数えたりしますが、「針刺し」が机の上に平らに置ければ対称の考え方をを使って、数えられると気づくグループもあるでしょう。例えば黄色の針刺しは4つの「レベル」(訳注:机の上に置いたとき、端が同じ高さになるストラットの組)があり、それぞれ5本のストラットを含みます。これがわかれば三角形の穴が20個あるということは一目瞭然です。青の針刺しは3本、5本のストラットを含むレベルのどちらでも、ちゃんと立つというところが非常に興味深いのです。



黒板に生徒たちの結果を表にします。**穴の形と、ノードの穴の数との間に関係性はあるでしょうか?** 生徒たちは「形と数字」のレッスンで長方形の穴は「2」で表され、三角形の穴は「3」で表され、五角形の穴は「5」で表されるということを学んでいます。生徒たちに、形の数とノードの穴の数を掛けてみるよう促してください。生徒は、その結果が3つの形とも60だと発見するでしょう。

**2,3,5の数字から私たちはどのように60という数字を得るでしょうか?** 素因数に目を向けさせます。**掛け算をして60を作るためにもっと小さな数字はあるでしょうか?** 生徒になぜ「1」はカウントされないのか説明しましょう。**教室のどこかに60という数字が発見できるでしょうか?** 時計に気づく人がいるでしょう。**なぜ一時間は60分なのでしょう?** 一定数量を増加させて60分を分ける方法が計何通りあるか生徒に考えさせてみましょう。(2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30...)素因数としての2,3,5をもつ数は、他に身近なものがあるか生徒に尋ねてみましょう。(一日は24時間、円は360°など)



形	形を表す数字	1レベルの穴の数	レベルの数	小計	穴の合計数
長方形	2	5	4	20	30
		10	1	10	
三角形	3	5	4	20	20
五角形	5	3	4	12	12
				総計	<b>62</b>

更なる学習として、ノードに何本のラインが入っているか調べさせるのもよいでしょう。針刺しに刺さっている各ストラットは、中心の点(ノード)から発しているベクトルを表すということに気づかせましょう。2つのベクトル(ストラット)が反対方向に向いていれば、空間で線を形成します。ストラットの形(その数)とノードを通過するこのような線の数の関係は、このページの表に書かれています。赤ストラット、または5の線の数を割り出すには、5を隠して、残りの数を掛け合わせます(3x4=12)。この理論が他の色にも適用できるか試してみましょう。

### 評価

生徒たちの状態をよく観察し、ノードの穴の数え方を聞きます。ノードが62個の穴を持っているということを対称性の方法を使って決めることができれば、合格です。60の素因数は2,3,5の3つだということがわかれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 探究と応用の方法としての数学的な問題解決に該当する数学的レベル (NCTM レベル 1)
- \* 数字の感覚と数の計算に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

素数、つまりどこにでもある素因数。

1	2	3	5	7	11	13	17
19	23	29	31	37	41		
43	47	53	57	59....			

## 数学 中級コンセプト

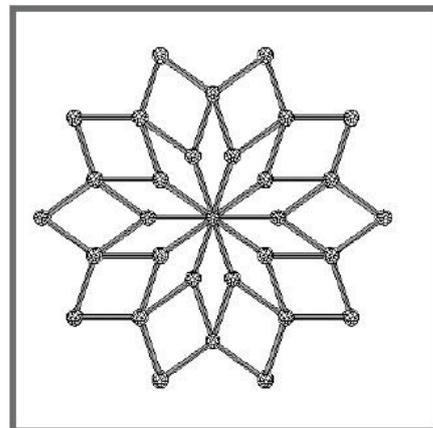
### ➤ 平面パターン

#### 授業の目的

ゾム・ツールの青、黄、赤それぞれが持っている 2 回、3 回、5 回の対称性を学ぶ。

#### 既習事項

ゾム・ツールで以前に作業したことがあること、平面パターンのコンセプトの理解。幾何学形や数の対称性の理解、経験（“かたちと数” “相似な三角形” “鏡映対称性とは何か？” “多重鏡映対称性” “タイル貼りにおける並進対称性” “三角形の三次元版”）



#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 32 人までの生徒に対して、クリエイター・キットを 2 個
- オーバーヘッド・プロジェクター

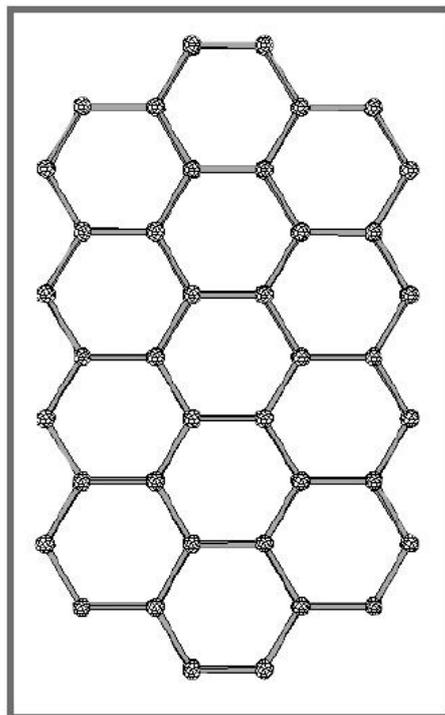
#### 手順

クラスを 4 人 1 組のグループに分け、ゾム・ツールを平等に配ります。「平面パターン」作りに挑戦させます。「平面」とは、すべてのノードが作業をしている机の表面についている状態であることを説明します。これは“三角形の三次元版”で紹介された「水平」のコンセプトを復習する良い機会ともなります。**ゾム・ツールで作った三角形はテーブルに接していますか？ 三角形の構造に更に別のノードが加えられたらどうなるでしょう？ 4 つのノードはすべてテーブルに接しているのでしょうか？ ゾム・システムのストラットで形成されている三角形を通過できる面は、いくつありますか？ ゾム・システムのストラットで形成されている直線を通過できる面は、いくつありますか？**

**三次元三角形が含む面は、いくつありますか？** 身近な例を使って「図形」の意味について議論するのも良い機会です。（天井のタイル、壁紙、グラフ用紙、ボウルの底にあるビー玉）

最初の学習で 10～15 分ほど時間をとり、個々の基本部分について説明をします。もし最初の段階でつまづいているグループがあれば、図形作りを始める「種」として“かたちと数”で作った形の一つを使うことを提案してみましょう。

作ったパターンはオーバーヘッド・プロジェクターを通して展示するか、壁や黒板にピンで留めておきましょう。“かたちと数”の授業でも実験をさせたように、生徒たちが作った図形のノードに垂直に差し込めるストラットを見つけられるかどうか質問しましょう。**いくつの異なるストラットが垂直に差し込めるでしょう？**（与えられた図形に直立するストラットはすべて同じ色。ある図形では、ストラットが直立しないものもある）クラスで議論を続けましょう。**図形の上に直立できるストラットの種類は**



どれくらいでしょうか？ 図形の上にどのストラットも直立できないということは、何を表しているのでしょうか？ ゾム・ツールのキットから無くなっているパーツがあるのでしょうか？ 図形の形と、図形に直立できるストラットの形は何か関係があるのでしょうか？

授業の最後に結論を出しましょう。青ストラットを直立させる平面パターン（青い平面パターン）は「2」に関連した対称性を作ります。黄ストラットを直立させる平面パターン（黄色い平面パターン）は「3」に関連した対称性を作ります。赤ストラットを直立させる平面パターン（赤い平面パターン）は「5」に関連した対称性を作ります。どのストラットも直立させられないのは「緑の平面パターン」で、レギュラーのゾム・ツールのキットとは別売りで購入可能です。緑ストラットがあれば、これに直立に差し込むことができます。生徒は結論をノートに書いていきます。

### 評価

生徒のノートをチェックし、討論の様子をよく観察します。二次元の図形を完成できれば、合格です。構造の中のすべてのノードが同じ方向に回転していて、そのために1本のストラットのみが図形の上で直立することも理解する必要があります。直立するストラットが図形の対称性の数を定義しているということを理解できれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

\* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル（NCTM レベル 12）

### 発展学習の可能性

二次元、三次元でのより高度なタイル貼りの学習（“ケプラーのタイル貼り”、“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”、“橋を架けるプロジェクト”）

## 数学/芸術 中級コンセプト

### ➤ 三角形でタイル貼り II

#### 授業の目的

日光を使って、平面の格子構造の実物大のイメージを活用することにより、二次元での並進対称性の概念を理解する。

#### 既習事項

モザイク/タイル貼りの学習経験(“タイル貼りに挑戦”、“平面パターン”、“三角形でタイル貼り I”)  
対称性の概念の理解(“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”、“らせん対称性”)

#### 必要な時間

45~60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

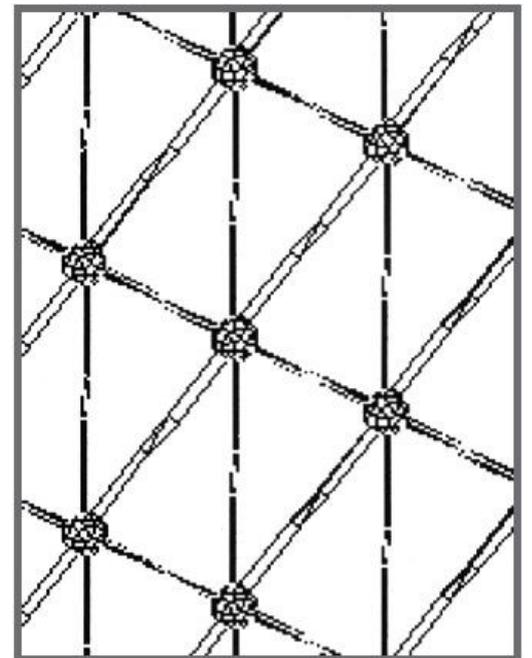
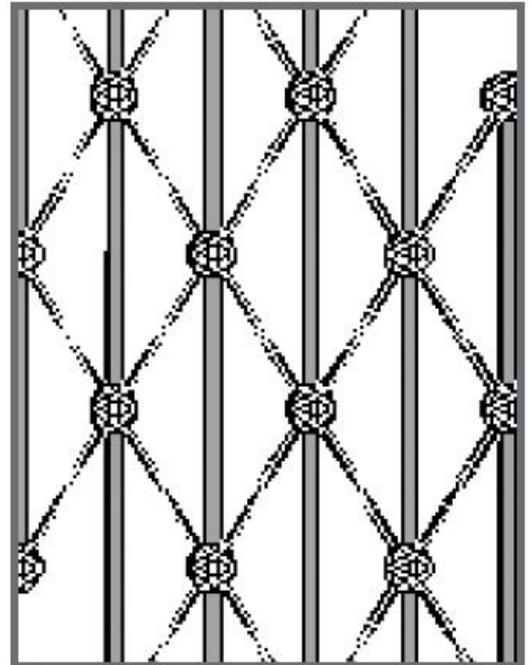
- 25~30 人の生徒に対して、クリエイター・キットを 2 個
- 3 人 1 組のチームに 9×12 インチの青写真用紙を 1 枚(“資料”の項を参照)
- 影を投げかけるための 12×15 インチの厚紙をチームに 1 枚
- チームに段ボール箱を 1 個、ゾム・ツールのモデルや青写真用紙より十分大きいもの。
- アンモニア溶液
- 9×12 インチのプラスチック容器か平なべ(アルミニウム素材では無いもの)

#### 手順

“資料”の項を参照して必要なものを用意します。アンモニア溶液は危害を与える可能性があります。「注意」や「救急処置」の表示があるものは慎重に扱ってください。大きな青写真用紙を 9×12 インチに切って下さい。

感光性のものを扱うので、直射日光が当たる場所での作業は避けてください。紙に直射日光なら数秒、蛍光性のライトなら 1 時間未満、白熱光なら数時間当てます。

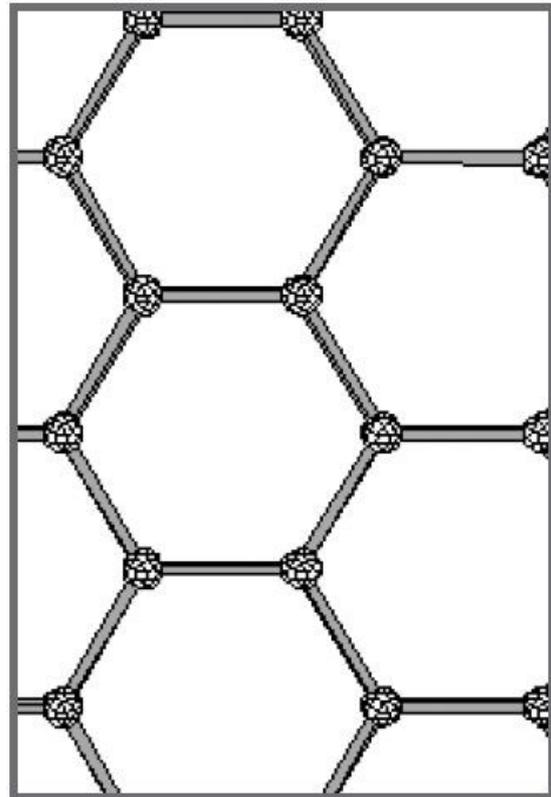
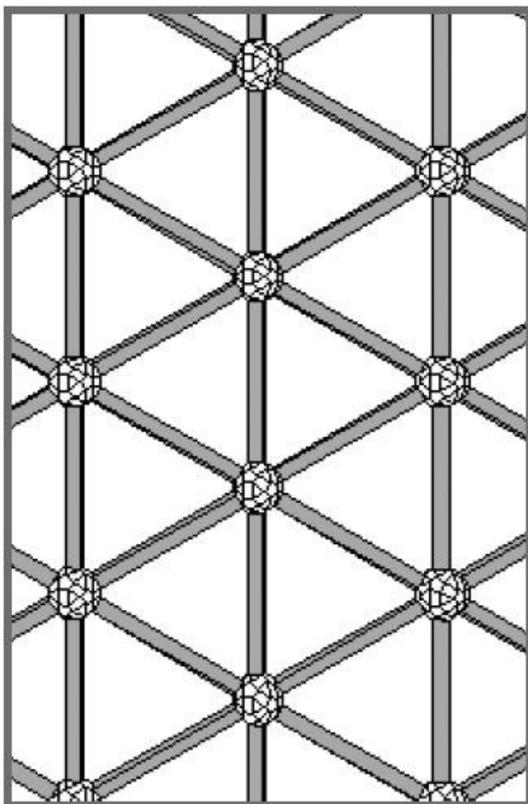
生徒の初めの課題は、“三角形でタイル貼り I”で組み立てた三角形の平面格子モデルを使い、その完成したものの実物大の「写真」を作ることです。それぞれのチームに青写真用紙と格子モデルを配ります。生徒は厚紙に青写真用紙を貼り、格子モデルをその上に貼ります。太陽が比較的高い時は、作業は平行な机の上で行うのが良いでしょう。用紙が風で飛ばないように紙の四隅におもりを置いておきます。「写真」を感光させている間に何が起きているのか話し合ひましょう。なぜ太陽が高い必要があるのでしょうか? なぜ用紙や格子モデルが、平らで



**水平である必要があるのでしょうか？ 待っている間に紙には何が起きているのでしょうか？** 時間がきたら、作ったものを室内に戻ります。感光した用紙をテーブルに置き、その上にモデルをイメージと完全に一致するように置きます。

チームの2つ目の課題は、イメージと同じ向きを向いたままで、中央の位置からいくつかの方向にモデルを動かすことができることを発見することです。それぞれのチームに授業の発見について議論を促し、ノートに結論を書かせます。授業の補足として、クラス全体で討論をします。**モデルのイメージと同じ向きを向いたままで、いくつかの方向に動かしていくことができるでしょうか？ なぜ？ どこかのグループは2個以上の方向を見つけたのでしょうか？ なぜ見つけられたのでしょうか？ なぜ見つけられなかったのでしょうか？ 1つの三角形を動かすだけであれば、同じパターンのもので出てくるのでしょうか？ 2個の三角形？ 3個の三角形？ もっと多くの三角形？ このような種類のパターンの移動は、永久に続けることが可能なのでしょうか？**

動かしたり繰り返したりできる模様は**並進対称性**を含んでいます。その結果のパターンは「**周期的**」で、同じ模様の繰り返しによって作られます。並進対称性の例が教室やどこかにあるか生徒に質問してみましょう。（レンガ、天井のタイル、本の表紙周辺の装飾、列になっているパーキングメーター、整列した兵士など）



### 評価

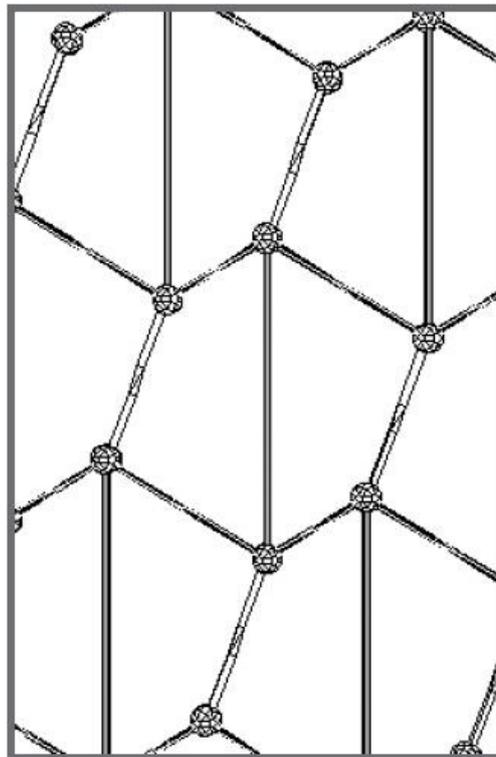
実験の最中に生徒にいくつか質問をする。また生徒のノートをチェックする。繰り返されているパターンの方向の数を見つけることができれば、合格です。パターンがどのように周期的なのか理解していること、また、並進対称性と他のタイプの対称性を結び付けることができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 様々なメディアで芸術の要素を分類、応用の芸術・技術レベル。
- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル (NCTM レベル 2)
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

より高度なタイル貼りの授業 (“ケプラーのタイル貼り”、“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”) またモデル投影の授業 “立方体 I～IV” にも非常に効果的です。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 多重対称性をもつタイル貼り

#### 授業の目的

タイル貼りにおいて、並進対称性に加えてらせん対称性や鏡映対称性がどのように表示、つまり並べられるのか理解する。これらのタイル貼りがどのように生成されるのかを、対称性のコンセプトを用いて発表する方法を学ぶ。

#### 既習事項

色々なタイプの対称性を区別できる能力（“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”、“らせん対称性”、“平面パターン”、“三角形でタイル貼り I”、“三角形でタイル貼り II”）。

#### 必要な時間

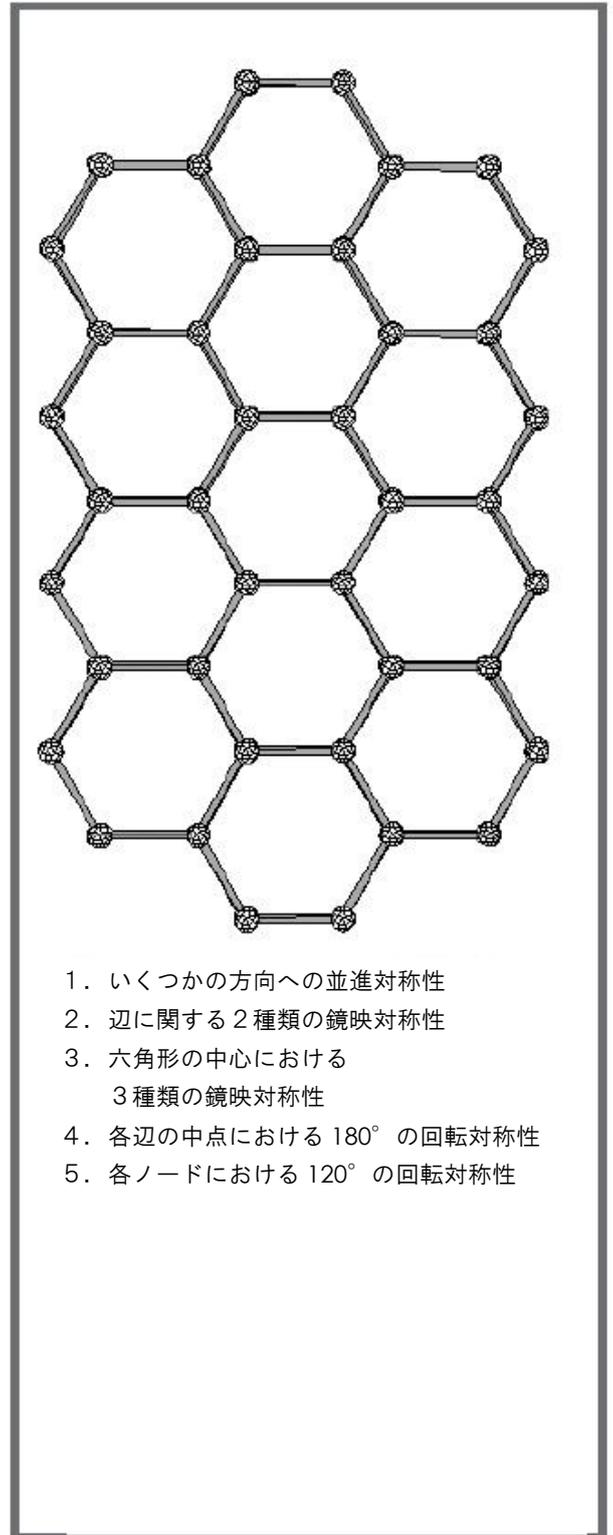
45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対してクリエイター・キットを 2 個

#### 手順

タイル貼りとはどのようなものかという簡単な復習から授業をスタートします。生徒は並進、らせん、鏡映対称性の定義を復習します。この授業では、並進対称性に加えて 2 個以上のタイプの対称性の学習をします。生徒を 3 から 5 人のチームに分け、ゾム・ツールを平等に配ります。各チームは多角形を作り、どのようにタイル貼りが形成されているか調べます。これに 15 から 20 分ほど時間を与えます。タイル貼りが完成したら、それらについて調べ、発見したことについて討論をします。それはどんな対称性を持っているでしょうか？ 2 個以上ですか？ 3 個以上ですか？ どんな対称性がありますか？ 生徒が作ったタイル貼りの中にあるそれぞれのタイプの「対称の数字」は何ですか？（例えば 2 回、3 回、…）すべての発見は生徒が自分のノートに記入していきます。チームで作ったタイルを他のチームに見せます。プレゼンテーションに使うタイルのサンプルは、タイル貼りに使用し、その対称性がタイル貼りに関係あるものを含めてくだ



1. いくつかの方向への並進対称性
2. 辺に関する 2 種類の鏡映対称性
3. 六角形の中心における 3 種類の鏡映対称性
4. 各辺の中点における  $180^\circ$  の回転対称性
5. 各ノードにおける  $120^\circ$  の回転対称性

さい。

どれだけのタイプの対称性が平面を構成するために使われているのかを検証します。すべてのタイプの対称性が見られますか？ デザインの中に新しい対称性がありますか？ タイル貼りの対称性を分析したグラフを見てください。

**評価**

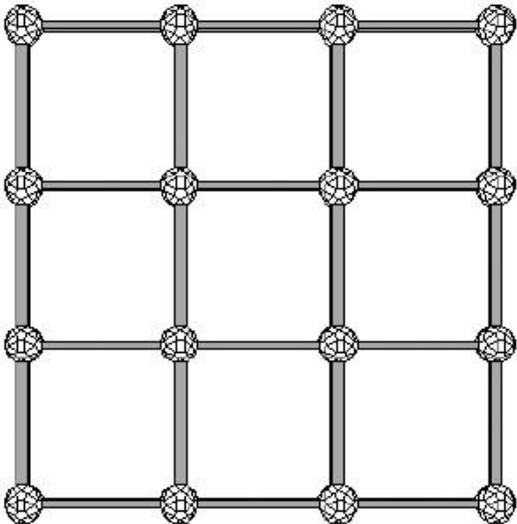
生徒が出した定義について、個人的に、またクラスで議論をします。ノートの記述もチェックします。多重対称性を使ってタイル貼りを作ることができれば、合格です。またクラスでこれらの対称性を発表できることも必要です。様々な対称性についての定義を表現できれば、基準レベル以上です。

**対応する基準**

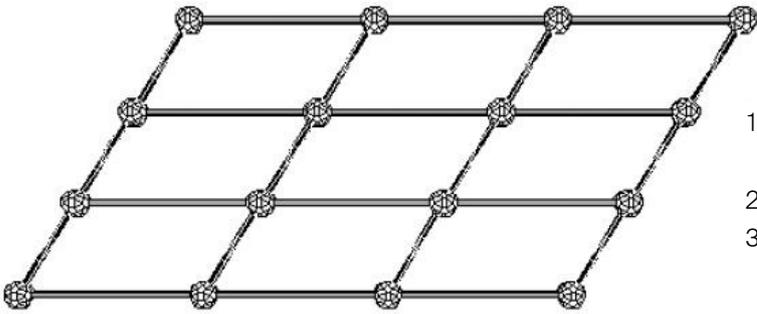
\* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

**発展学習の可能性**

二次元、三次元における対称性とタイル貼りに関する更なる研究 (“非周期的なタイル貼り I : ケプラーのタイル貼り”、“非周期的タイル貼り II : リヒャルト/ペンローズのタイル貼り”、“らせん対称性”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”)



1. いくつかの方向への並進対称性
2. 辺の中点の周りの 180° 回転対称性 (2 回対称性)
3. 各ノードの周りの 90° 回転対称性 (4 回対称性)
4. ノードにおける 4 種類の鏡映対称性
5. 辺の中点における 2 種類の鏡映対称性



1. 対角線の交点、およびストラットの midpoint での 2 回対称性
2. 各ノードにおける 2 回対称性
3. いくつかの方向への並進対称性

## 数学 中級コンセプト

### ➤ らせん対称性

#### 授業の目的

三次元において回転対称性と並進対称性がどのように組み合わせられ、らせん対称性を作るのかを学ぶ。

#### 既習事項

対称の種類を区別できること（“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”、“回転対称性”、“タイル貼りにおける並進対称性”、“多重対称性をもつタイル貼り”、“平面パターン”、“三角形でタイル貼り I”、“三角形でタイル貼り II”）

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25～30人の生徒に対してクリエイター・キットを2個
- らせん対称性をもつ物体、あるいはその写真

#### 手順

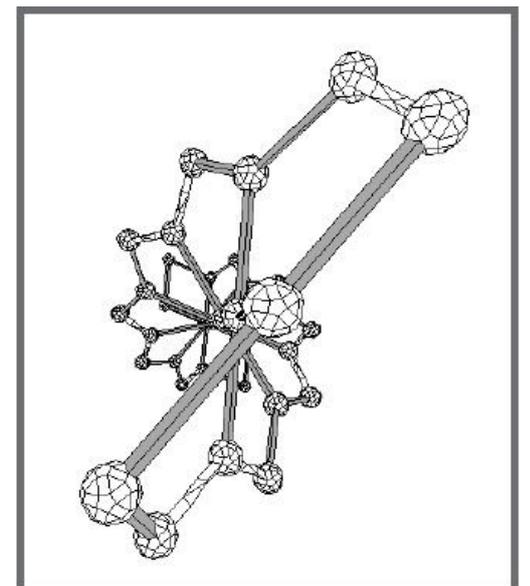
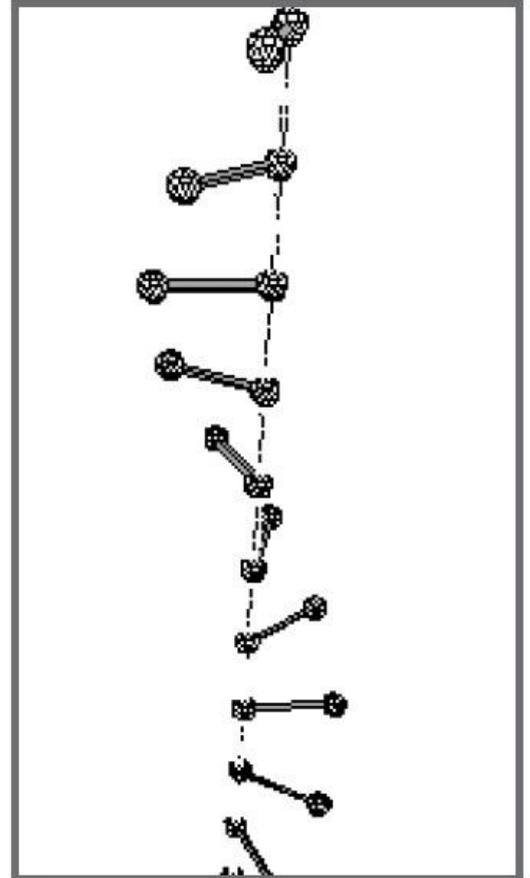
授業の準備として、10本の赤の短いストラットを直線状につなぎます。この直線上のそれぞれのノードに、青の短いストラットを直線に対し垂直に差し込んでいきます。それぞれの青ストラットは、その直前のストラットから36度回転させます。これにより赤い直線にらせんが作られます。安定に立つための基盤として、一番下のノードに等間隔で5本の青ストラットを差し込みます。

このまま対称性の定義についての学習を続けます。上に記述した、らせんモデルを生徒に見せ、簡単な討論をします。**このタイプのかたちの名前は何でしょうか？**（らせん）**自然界ではどこでこのかたちに出会えるでしょうか？** **建築、広告、その他の人工的な物はどうでしょうか？** 例えばDNA分子、水の渦、カーブした動物の角、貝殻、塀によじ登っているつた、らせん階段、クリスマス装飾の飴、杖、床屋さんのポール、金属のバネ、スリンキー、木ねじなどです。もし可能なら、らせんの入ったものや写真があれば生徒に見せるのが良いでしょう。**なぜ自然界でらせんが起こるのでしょうか？** **なぜ私たちはそれらを使うのでしょうか？** **なぜ私たちは普通の階段ではなく、らせん階段を選ぶのでしょうか？** **なぜ木ねじは、らせんのパターンなのでしょう？**

生徒を3～4人のグループに分け、ゾム・ツールを平等に配ります。生徒は始めにデモンストレーション

コンテンツと図：©2002 zometool, Inc. All rights reserved.

日本語訳：©2008 株式会社イメージミッション木鏡社 All rights reserved.



ヨンで作ったモデルのコピーを作るか、彼ら自身でらせんのモデルをデザインします。組み立ての最中には、らせんがどんな対称を持っているか討論し、しっかりノートに書き残しておくように指示します。これに15~20分ほど時間をかけます。必要であれば、生徒たちを見回り、アドバイスをしましょう。

それぞれのグループはクラスの前で彼らの作ったモデルを発表します。**モデルからどんなタイプの対称性が発見できるでしょう？ 2個以上のタイプの対称性を持っているでしょう？** 黒板にアイデアを書いてみましょう。生徒がモデル作成においてらせん対称性を作るためには、回転対称性と並進対称性の両方が必要だと理解するまで討論をしましょう。例えば、デモンストレーションのモデルでは、らせんの新しい位置は対称軸から $36^\circ$ ずつ回転させていくことで生み出されます。このような対称の組み合わせの対比はタイル貼りにも見られます。（“タイル貼りにおける並進対称性”）

授業の最後に、生徒にらせん対称性の定義を書いたレポートを提出させます。そのレポートは、授業で生徒が作ったモデルの対称性がどのように展示されたかを表すでしょう。

### 評価

生徒たちをよく観察し、ノートをチェックする。らせんモデルをデザインでき、それが対称であることを説明できれば、合格です。彼らの作った、らせん対称性のモデルの正確な説明、定義づけができれば、基準レベル以上です。

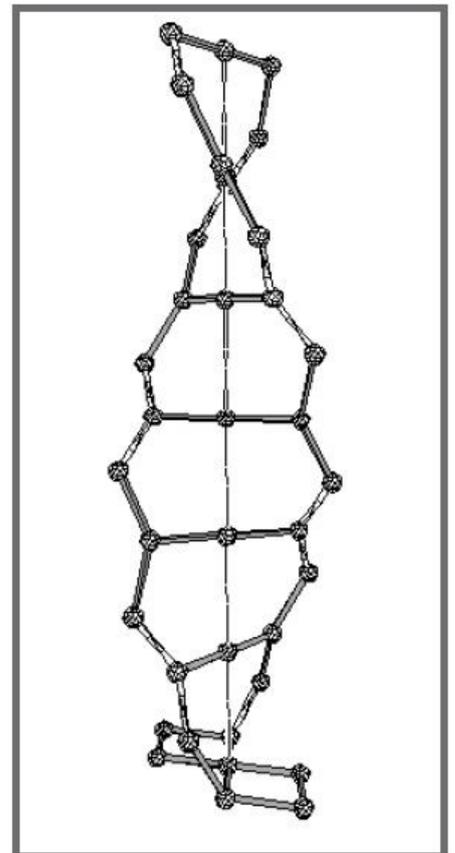
### 対応する基準

様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル（NCTMレベル12）

### 発展学習の可能性

対称性やらせんの更なる学習（“ $\tau$ を探せ（ $\tau$ =黄金比）”）。

建築やデザイン、工学や物理学などの分野でのらせんの活用に関する討論。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 四角形タイル貼りの対称性

#### 授業の目的

四角形のタイル貼りの対称性を分析する。いかに多くのタイプの対称性（一種類であったり、混ぜて使ったりする）があることを発見するでしょう。同じパターンを幾つもの方法で生成する。

#### 既習事項

タイル貼りの学習経験（“タイル貼りに挑戦”、“四角形とは？”、“四角形でタイル貼り”、“平面パターン”）。対称性の概念の基本的な理解（“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”、“回転対称性”、“タイル貼りにおける並進対称性”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒にクリエイター・キットを 2 個
- “四角形でタイル貼り”の授業で使ったタイル貼り

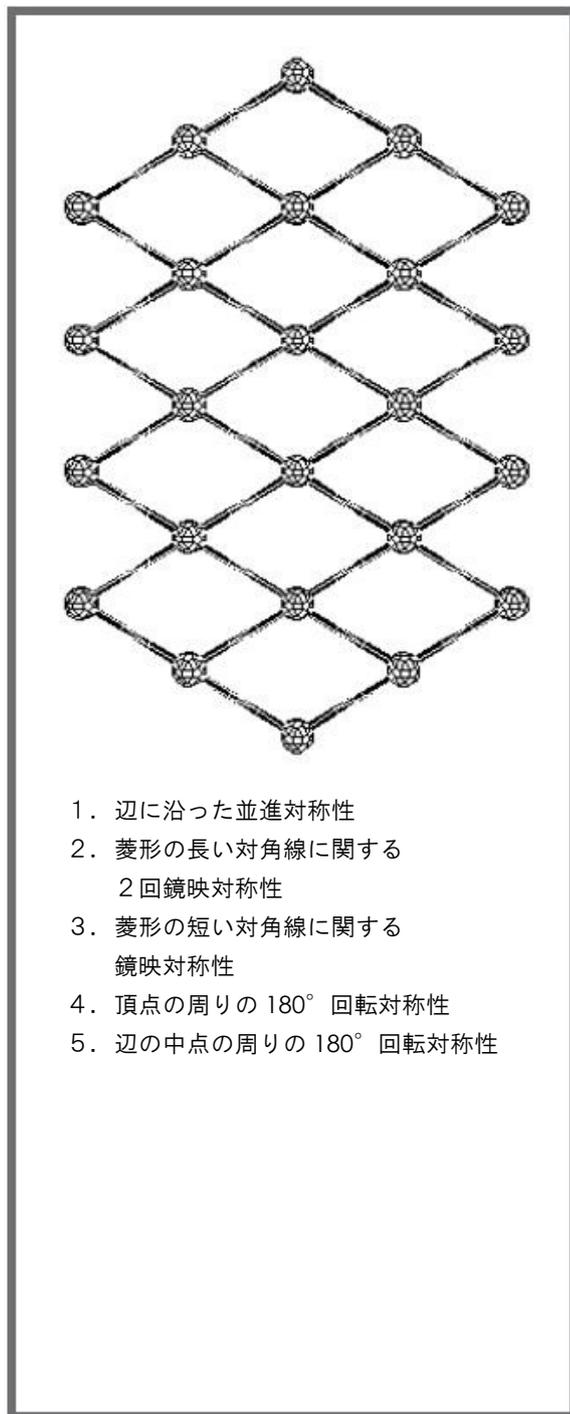
#### 手順

まず基本的な対称性について、つまり**並進対称性**、**鏡映対称性**、**回転対称性**の復習をします。“四角形でタイル貼り”の授業とは違うグループを組み、タイル貼りを元に戻すか、チームで交換する。今まで学習した様々な形の対称性を使って、全く同じタイル貼りが何通りのパターンで生成できるか、生徒にチャレンジさせます。**対称性の組み合わせで生成できるパターンはありますか？ いくつの対称性の形が使われているのでしょうか？**

10～15 分程生徒に時間を与え、解答や可能性について話し合いをさせます。各グループに、個々のタイル貼りを使い、対称性の種類に応じてそのタイル貼りが全体のパターンのどこに緯度うしているか説明しながら、解答を全体に説明してもらいます。彼らが議論した異なるタイプの対称性を黒板に書き出します。ここで、様々なタイプの四角形の例を、生徒それぞれの対称性の分析と共に示します。

#### 対応する基準

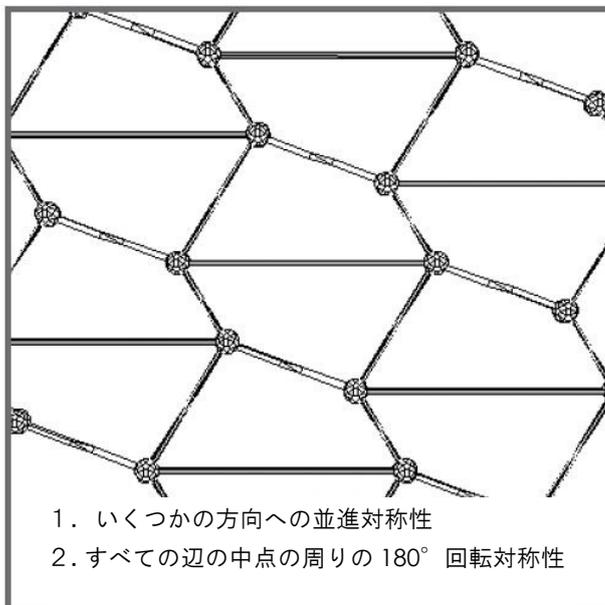
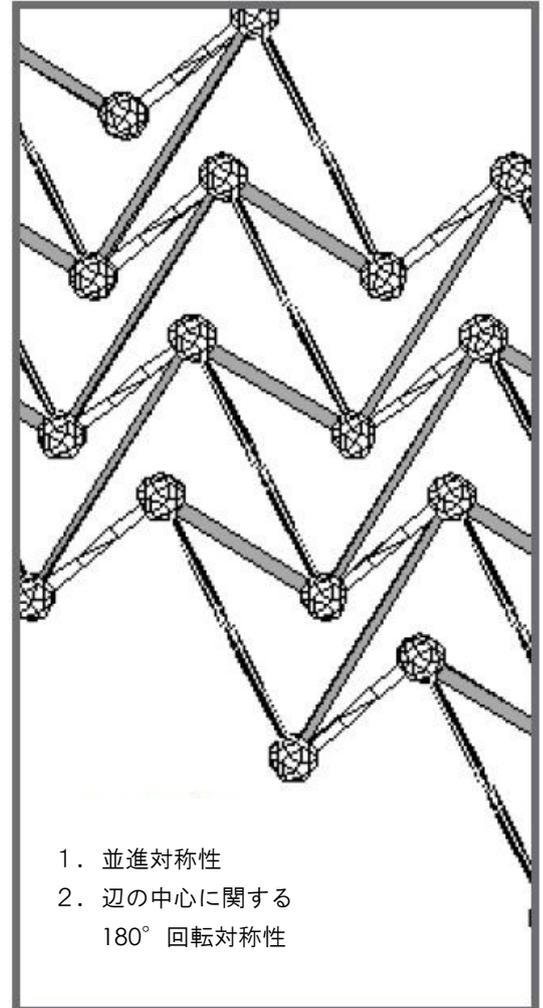
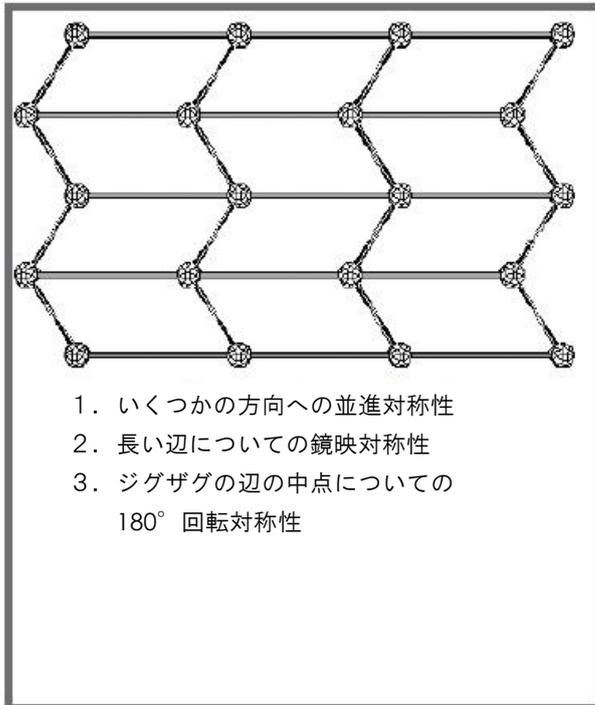
\* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル（NCTM レベル 12）



1. 辺に沿った並進対称性
2. 菱形の長い対角線に関する 2 回鏡映対称性
3. 菱形の短い対角線に関する 鏡映対称性
4. 頂点の周りの  $180^\circ$  回転対称性
5. 辺の中点の周りの  $180^\circ$  回転対称性

## 発展学習の可能性

二、三次元での更に進化したタイル貼り (“ケプラーのタイル貼り”、“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”、“三角形の三次元版”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”)



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 空間測定 I 長さ と 面積

#### 授業の目的

一、二次元の空間の大きさの測り方を学習する。その測定法により、与えられたもののサイズがどのくらいのスペースを占めているか計算できるようにする。

#### 既習事項

二、三次元の単元の学習経験（“二次元と三次元のかたち”、“動く線”）

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1, 2 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒にクリエイター・キットを 2 個

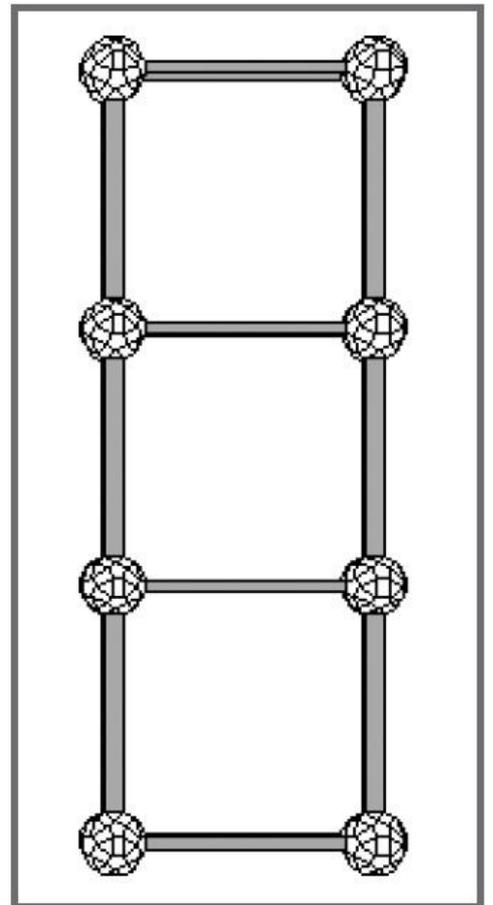
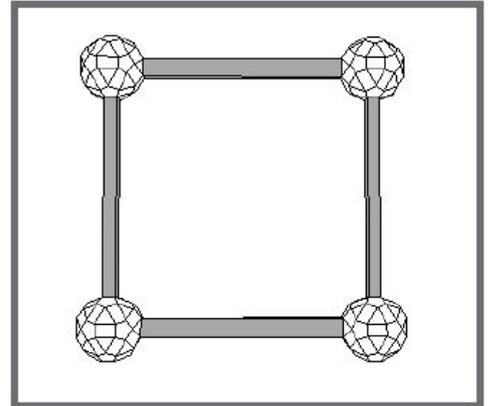
#### 手順

次元についての議論で授業を始めます。次元とは何でしょう？ 二次元のものと三次元のものの違いは何でしょう？ 一次元のものはどのようなものでしょうか？ 線は一次元空間の代表格であるということ、生徒がわかるまで、議論をさせます。私たちは三次元ではいくつの方向にもものを動かせるのでしょうか？ 二次元では？ 一次元では？ 一次元では何を計れるのでしょうか？ 生徒たちはその定義について考え、ノートに書いてみましょう。公式な定義では次のようになるでしょう。線は一次元の空間です。この空間では私たちは右（正の方向）と左（負の方向）に動けます。一次元では線の外に出て前に出たり（正）後ろに下がったり（負）はできませんし、上に上がったり（正）下に下がったり（負）もできません。

線の長さは自分たちで単位を選んで測ります。

3 から 4 人のグループを作りゾム・ツールを配ります。生徒の最初の課題は、青ストラットを使って一次元の構造体を作り、それを測る最良の方法を見つけることです。それをクラスに発表し、測り方を報告します。それ以上の情報は伝える必要はありません。

生徒は、この構造は青ストラットがノードによって結合された線だと、すぐに理解するでしょう。測量の単位について何分か時間をとり、統一させましょう。伝統的な測量機器の使用が許されないため、単位として 3 種類のストラットのうちの 1 個を選び単位とします。寸法に関するレポートをするため、選んだストラットのみを使うようにします。生徒の選んだ単位（ストラット）は何でしょう？ それはどのくらいの長さでしょう？ ここから 2 個の単位を引いたら何が起ころうでしょう？ 何が残されていますか？ このように測量の単位を共通にするためのメリットは何でしょう？ この議論が



ら生徒たちは、長さは数字のように加えたり引いたりできるということを学びます。

次のステップは次元を増やすことです。もし右や左に動けると同様に上や下に動けたらどうなるのでしょうか？ これはチームで作った構造体をどのように変化させるでしょう？ もし一次元空間で1本のストラットが単位であるなら、二次元空間では単位はどうなるでしょう？（同じサイズのストラットの正方形） 5～10分間の時間を与え、正方向格子を作成し、二次元空間で使う測量単位を決めさせてください。

二次元の構造について議論したあと、面積の定義について考え、ノートにそれを書きます。公式の定義では次のように述べられるでしょう。面積は二次元の空間、あるいは面に関係し、私たちの選んだ正方形の単位で測ることができるでしょう。一部分の正方形を数えることによって、構造全体の正方形の数を決める方法はあるのでしょうか？（もし全体の形が長方形なら縦と横の長さをかけることで可能です）作った形は“空間測定 II 体積”の授業のためにとっておきましょう。

### 評価

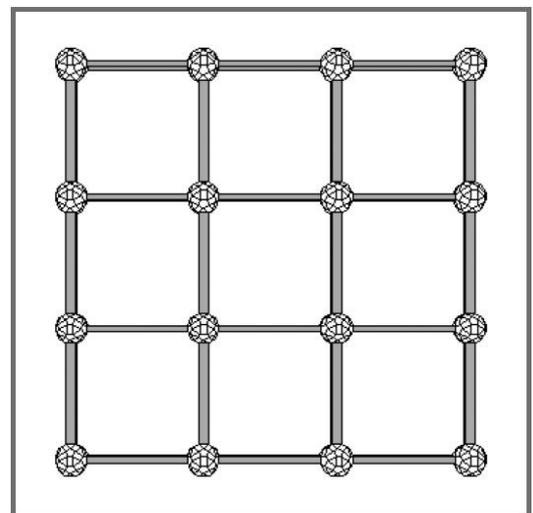
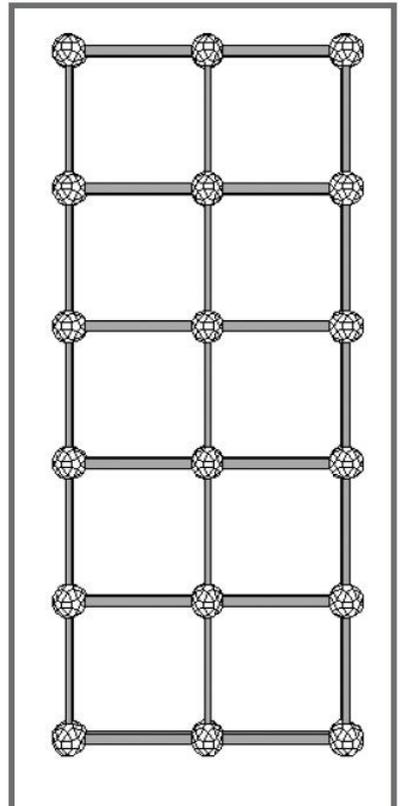
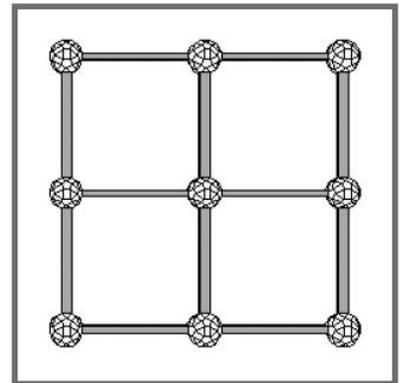
生徒が構造や定義について議論している様子を観察しノートにメモします。また生徒のノートもチェックします。線や格子を作り、二、三次元において寸法や測定法を理解していることを示すことができれば、合格です。正しい線、面積の定義を言語化することができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル（NCTM レベル 2）
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル（NCTM レベル 12）
- \* 測量を使った広範囲に及ぶ具体的経験の数学的レベル（NCTM レベル 13）

### 発展学習の可能性

様々なかたちの面積、体積の測定法の研究（“空間測定 II 体積”）。測定単位の統一の議論。



## 数学/生物学 中級コンセプト

## ➤ 空間測定 II 体積

授業の目的

三次元空間の体積と測定についての学習。物体のすべての方向の長さを一定の割合で増やすと、表面積よりも容積のほうが速く増加することを理解する。

既習事項

二次元と三次元を扱う経験をしていること（“二次元と三次元のかたち”、“動く線”、“空間測定 I 長さと面積”）。体積に関する概念を多少学習していること（“初心者に体積を教える”）。

必要な時間

45~60分の授業を1、2回

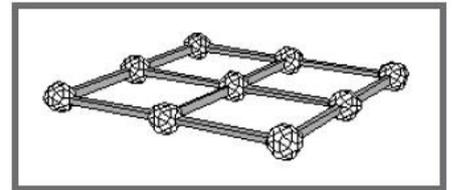
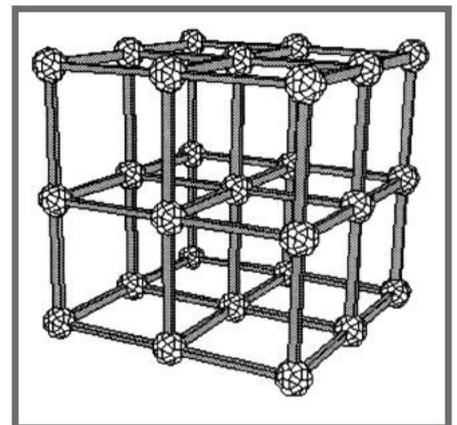
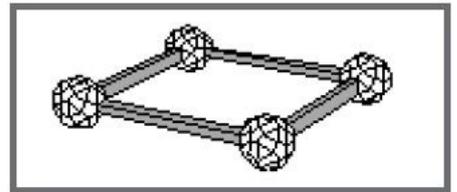
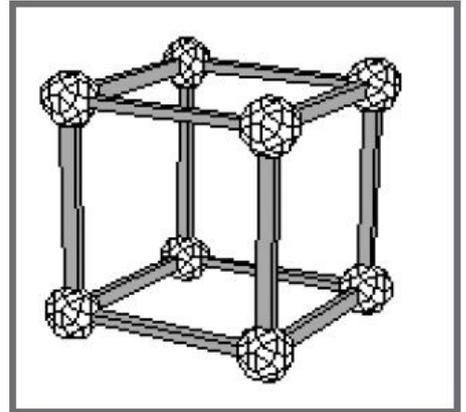
必要な材料

- 25~30名の生徒に対して、クリエイター・キット2個

手順

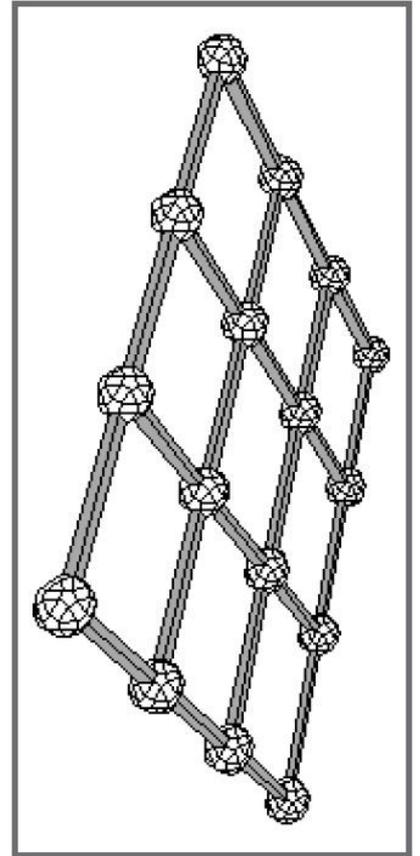
一次元と二次元の空間の測定に関わるコンセプトの復習で授業を始めます。**一次元の空間とは何ですか？ 長さとは何でしょうか？ 測定のユニットで一次元の空間を表しているものは、ゾム・システムでは何でしょうか？ 二次元の空間とは何でしょうか？ 面積とは何でしょうか？ ゾム・システムで、二次元の空間を表すものは、測定上どのユニットでしょうか？**

体積は、長さや面積の自然の延長線上にあるもので、次元がひとつ上になるだけです。この授業では、三次元空間の測定について学習します。“空間測定 I 長さや面積”の授業のときと同じチームに分けます。授業中に作成した格子を返して、ゾム・システムの残りのパーツも分けます。この格子にパーツを足して、三次元の模型を作り、三次元の正しい測定ユニットを学習します。作ったモデルの測定結果の体積も、報告してもらいます。**上にも下にも移動したら、どのような格子になりますか？ このような格子の測定単位は、何でしょうか？**（立方体）各チームに製作時間を与え、 $2 \times 2 \times 2$ の立方体や、 $3 \times 3 \times 3$ の立方体や、 $2 \times 3 \times 5$ の直方体などの形を発表してもらいます。**この形の体積は何でしょうか？ 体積という言葉が表すものは、何でしょうか？ 立方体の単位では、いくつの三次元空間を占拠していますか？**  $2 \times 2 \times 2$ の立方体は、 $2^3$ または8個の立方体単位をもち、 $3 \times 3 \times 3$ の立方体は $3^3$ 、または27の立方体ユニットをもち、 $2 \times 3 \times 5$ の立方体は、30の立方体ユニットをもちます。



次に、体積は、どのようにして面積より速く増えるかを示します。三分の一のグループには、 $1 \times 1$ の正方形を、三分の一のグループには、 $2 \times 2$ の正方形を、残り三分の一のグループには、 $3 \times 3$ の正方形を作ってもらいます。**それぞれの格子の面積はいくつですか？**各グループに面積を計算してもらい、次に三次元にしていきます（ $1 \times 1 \times 1$ と $2 \times 2 \times 2$ と、 $3 \times 3 \times 3$ の立方体ができます）。黒板上に、表を作り、結果を書き込んでいきます。体積と面積の増える割合を見ていくと、体積は直線の大きさの3乗で増え、面積は、直線の2乗で増えていることがわかります。**この増加パターンを見ると、どういうことがわかりますか？**

興味深い例は、動物の大きさです。例えば、 $1 \times 1 \times 1$ の立方体が200ポンドのライオンを表すとします。 $1 \times 1$ の面積は、そのライオンの足の表面積の合計とします（1平方フィート）。つまり、そのライオンの足にかかる荷重は、200ポンド/平方フィートです。**そのライオンが、2倍の身長になったらどうなるでしょうか？**1600ポンド/4平方フィート=400ポンド/平方フィート となります。**身長が3倍になったら、どうなりますか？**重さは、5400ポンド/9平方フィート=600ポンド/平方フィートにもなります。**これは、ライオンの獲物を獲る能力にどのように関係してくるのでしょうか？**大きさの異なる動物の、表面積と体積の関係を見ると、どうして象のような動物の足が体に比べてあんなに大きいのか、どうして昆虫は皮膚呼吸ができるのか、また、大きな動物は、どうして肺が必要なのかもわかってきます。**どうして、鯨は、地上の動物に比べてあんなに大きくなるのでしょうか？ 私達人間の身長がたった30cmくらいしかなかったとしたら、人間の体はどのようになるのでしょうか？**



### 評価

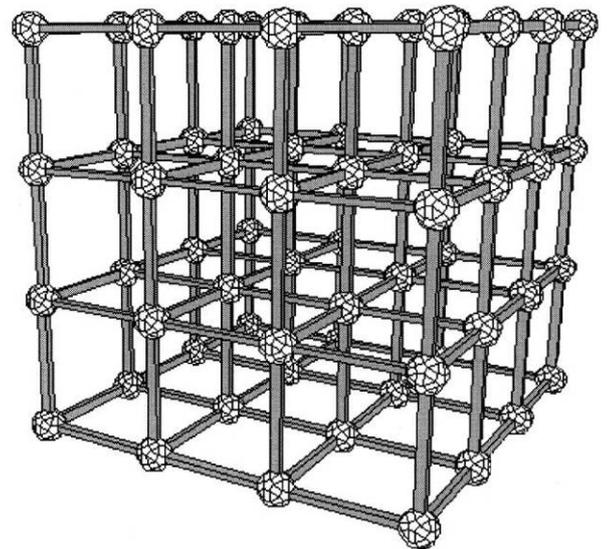
ライオンの例のような問題を出して、ゾム・システムを使って、または使わずにその問題を解決してもらいます。算数ノートを点検します。立方体の格子組を作れて、その体積を計算できれば、合格です。面積と体積の増加比を定義し、比較できれば基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル（NCTM レベル 2）
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル（NCTM レベル 12）
- \* 測量を使った広範囲に及ぶ具体的経験の数学的レベル（NCTM レベル 13）

### 発展学習の可能性

立方体以外の構造の体積を学習する。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 三角形の三次元版

#### 授業の目的

三角形に関連した点、線、面、面積等の概念を発見すること。

#### 既習事項

ゾム・ツールに慣れていること、三角形のコンセプト（“三角形に挑戦”、“相似な三角形”）。幾何学的なかたちと代表的な数字とを関連付ける能力（“かたちと数”）

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要な材料

- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キットを2個
- オーバーヘッド・プロジェクター

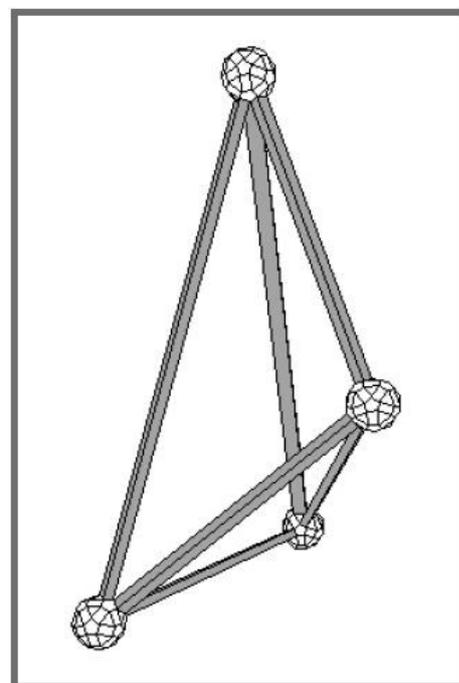
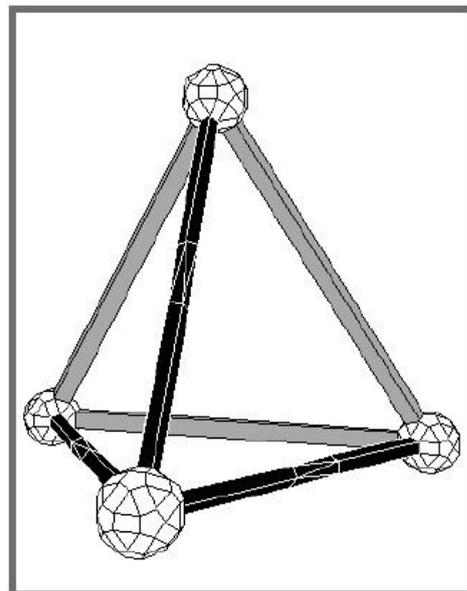
#### 手順

生徒を4人1グループに分け、ゾム・ツールを配布する。どのグループも同じパーツ数から授業を始めることが大切です。

生徒が挑戦するのは「三次元三角形」の組み立てです。生徒から「三次元三角形」とは何か質問があるかも知れません。この点をグループで討論させるよりも、モデルの組み立て方、組み立ての挑戦についてのコンセプトを討論するよう提案してください。少なくともモデル作成の時間を15分ほどかけ、生徒やグループにあわせて説明や、ヒントを与えてください。

このモデル作成の最後に、グループの代表者にグループで考えた「三次元三角形」をクラスに発表させます。そしてなぜその形になったのか説明してもらいます。グループの代表者は、プロジェクターを使い、彼らの作った三次元三角形の二次元の影を映すこともできます。

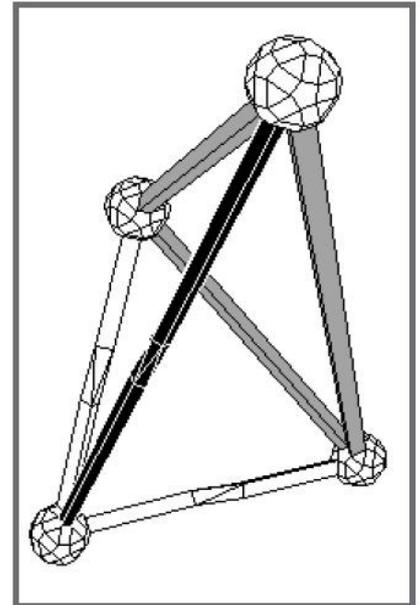
各グループの説明が終わったら、三次元三角形のアイデアを構成する様々なコンセプトについてクラスで話し合います。**作ったものが三次元三角形ということをどのようにして、判別したのでしょうか？ 「次元」とはどのような意味でしょうか？ 普通の三角形は何次元でしょうか？ ゾム・ツールで作られた三角形は本当に二次元でしょうか？ なぜ？ ゾム・ツールの三次元の三角形は本当に三次元でしょうか？ それは、なぜでしょうか？ ゾム・ツールのパーツは何を表しているのでしょうか？ 普通の三角形を作るには何本のパーツが必要でしょうか？ 三次元の三角形では何本必要でしょうか？ 二次元の三角形はすべて同じでしょうか？ どのように同じで、どのように違うのでしょうか？ 三次元の三角形はすべて同じでしょうか？ どのように同じで、どのように異なりますか？**



頂点や辺、線を表すゾム・ツールのノードやストラットの議論は哲学的な質問へと導かれます。**それは点や線が本当に存在しているのでしょうか？ 三次元以外の何かは存在しているのでしょうか？ 紙切れは二次元でしょうか？ 影は？**最後に、どの三角形であれ、その三つの頂点は、ひとつの面を定義づけているということを話し合ってもよいかも知れません。

すべての二次元の三角形で共通の要素は何か、三次元の三角形で共通の要素は何か、数字の関係を表で示すのもよいでしょう。

表は“かたちと数”の単元で紹介された形と数の関係の理解を、より高いものにします。生徒のノートに彼らの意見や観測を記録させるよう促します。（可能であればこの表も）



	点の数	線の数	二次元三角形の数	三次元三角形の数
ゼロ次元三角形				
一次元三角形				
二次元三角形				
三次元三角形				
四次元三角形				

四次元の三角形とはどのようなものかという質問を生徒にすることによって議論、話し合いを継続することができます。**このページの表に基づき、すべての四次元の三角形で何か共通の要因があるかどうか予測できるでしょうか？**

### 評価

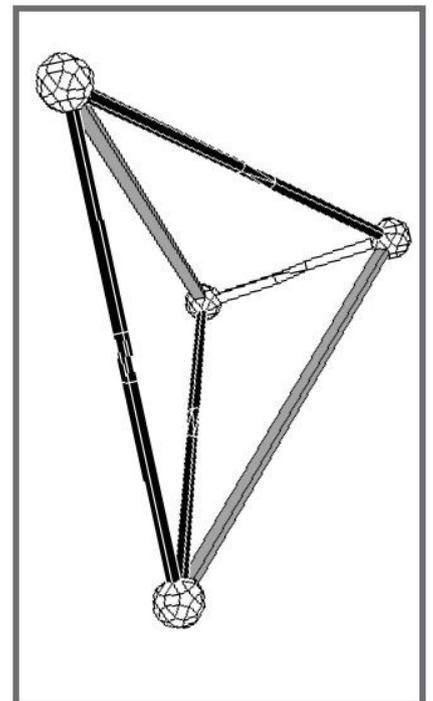
議論の際に生徒を良く観察し、生徒のノートに書かれた内容をチェックします。次元、点、線、辺、平面のコンセプトを理解していることを示すことができれば、合格です。二、三、四次元それぞれの違いを説明できれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル (NCTM レベル 2)
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

このレッスンは、建築や構造工学における幾何学の活用の際に、探求の良い基礎となります。（“世界で一番高い塔”、“橋を架けるプロジェクト”）。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 三角形によるタイル貼りの三次元版

#### 授業の目的

“三角形でタイル貼り”の授業で習った、空間枠組構造と呼ばれる三次元の三角形の組立ての研究のコンセプトを使い、更に発展させること。

#### 既習事項

三角形の特性や二、三次元の三角形のパターン、型を理解し、定義できること。（“かたちと数”、“相似な三角形”、“三角形の三次元版”、“平面パターン”）

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要なもの

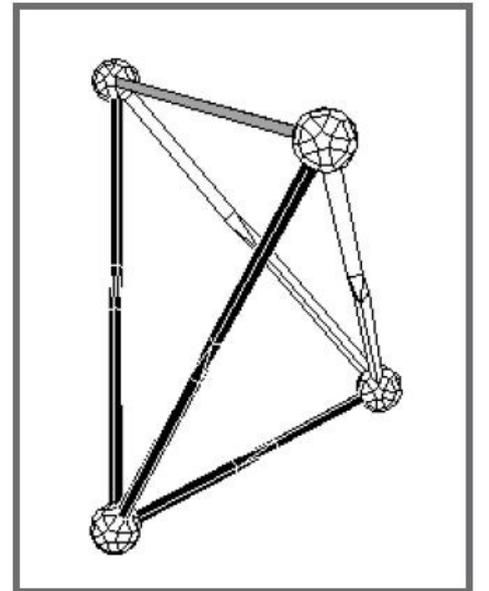
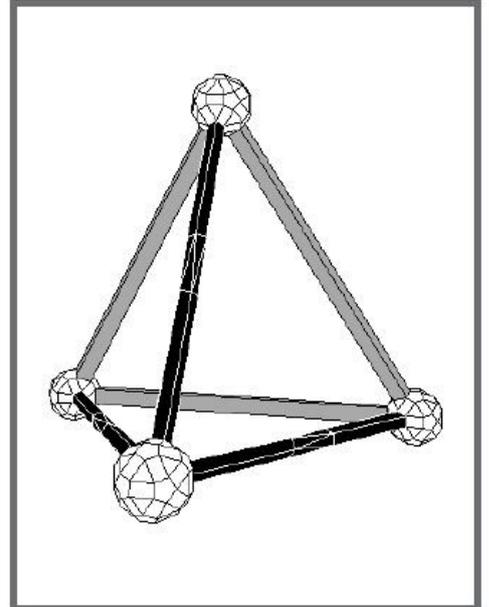
- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キットを2個
- 自然や人工的な空間枠組構造の写真（これらは話し合いに活用できる。骨の切断面、植物の細胞構造、橋、高電圧の電波塔、建築的空間枠組構造などがよい。）

#### 手順

クラスを4人のグループに分けゾム・システムを平等に配ります。“三角形でタイル貼り”の授業と同じように、それぞれのグループが同じ種類と数のゾム・システムを持っていることが大事です。余りは横に置いておきましょう。

“三角形の三次元版”“三角形でタイル貼り”の探究に基づいて、ある特定の三次元の三角形を繰り返し作り、三角形の塔作りに挑戦します。この授業のゴールは、三次元の三角形を最も多く使った建築物を作ることです。グループ同士でのパーツ交換は可能です。

10分～15分ほど時間をかけ、生徒たちに個々の基本事項を説明します。三角図形を組むために使った手順を、この作業に活用するのも良い方法でしょう。グループのメンバーは、三次元の三角形の「種」つまりすべての基本として使われる三角形がどのようなものか、確認しておく必要があります。その形を見ながら、グループで少なくとも4個のコピーを作ります。4個を組み立てるには、グループ同士でパーツの交換が必要でしょう。グループは三次元の三角形がどのように組み合わせたり、繰り返しのパターンを形成するのか考えねばなりません。これは、与えられた三角形から、パターンが見つかるまで、ノードやストラットを取り除いたり加えたりすることで可能となるでしょう。ヒント:三次元の三角形4個を組み合わせる一つの良い方法は、「種」となっている三次元の三角形の、それぞれの辺の長さを2倍にした大きな三次元の三角形を組み立てることです。最終的にはパターンをコピーし、構造の表面に加えていくことで三次元のタイル貼りを拡大していくで



しょう。

授業の終わりに、それぞれのグループが作ったモデルを教室の前に持ってこさせて、三次元の三角形をどのようにして増やしていったのかを議論させます。質問には下記のようなものがあります。*作ることのできる三次元の三角形の数には、どんな要素が影響しているでしょう？ ストラットの色でしょうか？ 同じストラットの数でしょうか？ 三次元の三角形のタイプでしょうか？ もしあるチームが他のグループの作った構造をコピーした場合、結果はどうなるでしょうか？ 短いストラットと中くらいのストラットを、真ん中でノードを使ってつなげたら、どうなりますか？ こうすると、ノードの供給はどのように影響を受けるでしょう？*

最後に、構造自体の議論をして授業を補足します。*三次元の三角形のパターンは平面の三角形のタイルにどのように似ているでしょう？ どのように違うでしょう？ 三次元の三角形のパターンは、三次元の三角形のみによって作られていますか？ もしそうでないなら、三次元の三角形以外の形を誰か見つけた人はいますか？ それはいくつの面を持っていますか？ 三次元の三角形のパターンは、二次元の三角形のタイルのパターンと似た並進対称を持っていますか？ いくつの方向に？ 自然界や建築物で似たパターンを持ったものはありますか？ なぜ似ているのでしょうか？*

生徒に、授業を通しての発見と、授業の結論をノートに書かせます。ここで新しい語彙を紹介してもいいでしょう。三次元の三角形は通常、正四面体 (**tetrahedron**, 4つの面という意味) と呼ばれます。正四面体の間の八面の形は正八面体 (**octahedron**, 8つの面という意味) と呼ばれます (訳注: 正四面体4個を右上図のように組み上げると、4個の正四面体の中央に八面体が現れる)。ジオデシックドームの開発者、バックミンスター・フラウ氏は、これらの三次元パターンをオクテット・トラスと名づけましたが、通常それらは空間枠組構造として紹介されています。

### 評価

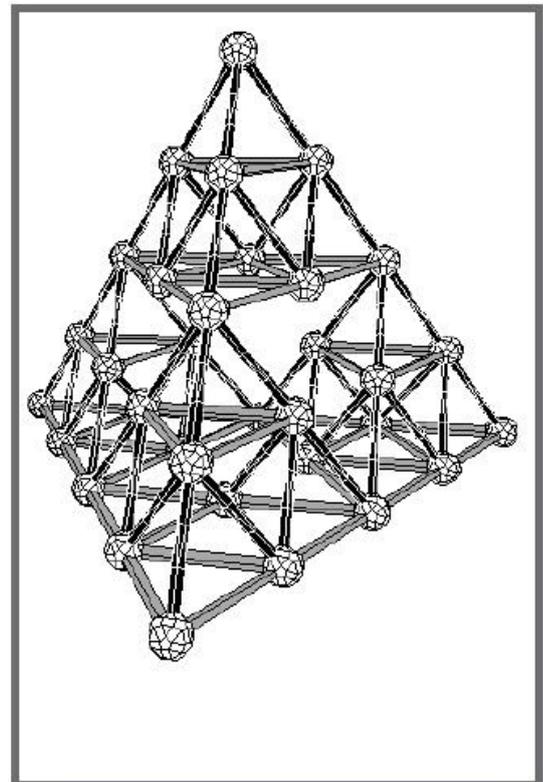
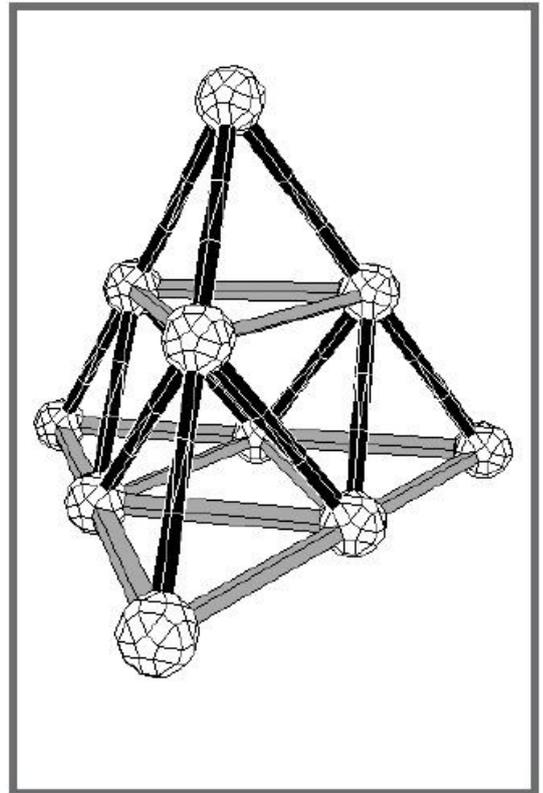
生徒のノートを点検します。「手順」のセクションで議題に上がったものと同じような質問を生徒にします。二次元の三角形のタイルを三次元の三角形の形にタイル貼りできれば、合格です。三次元構造を名前によって区別できれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 研究や応用の方法としての数学的問題の解決の数学的レベル (NCTM レベル 1)
- \* コミュニケーションの方法としての数学的レベル (NCTM レベル 2)

コンテンツと図: ©2002 zometool, Inc. All rights reserved.

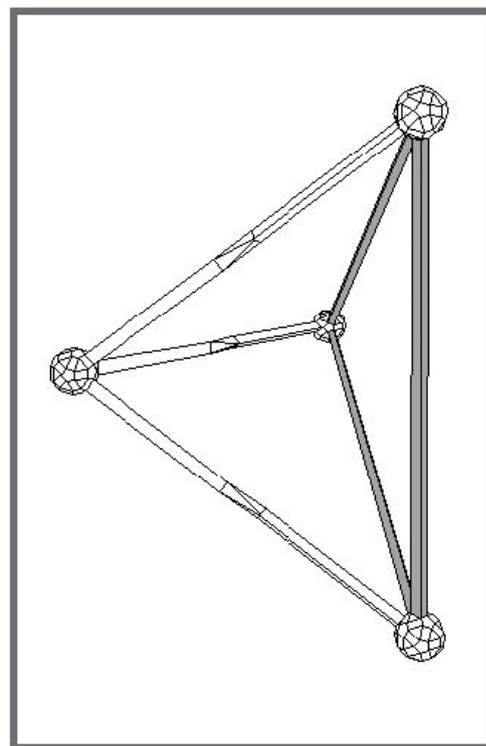
日本語訳: ©2008 株式会社イメージミッション木鏡社 All rights reserved.



- \* 数学の接続に該当する数学レベル (NCTMレベル 4)
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

幾何学を使った建築や構造工学の継続的学習 (“住める都市”、“橋を架けるプロジェクト”)



## 数学 中級コンセプト

### ➤ $\tau$ を探せ ( $\tau$ = 黄金比)

#### 授業の目的

$\tau$  (黄金比の記号) の記号を探しその世界を探検する。そして、数学で見られる黄金比の活用や自然界での現象を学ぶ。

#### 既習事項

基本的な多角形の形 (“幾何学的なかたち”) の知識

#### 必要な時間

45分～60分の授業を1回。

#### 必要な材料

- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キット1, 2個
- 各グループにメートル法の物差し、またはインチが10等分されている物差し1本
- 各グループに電卓1個

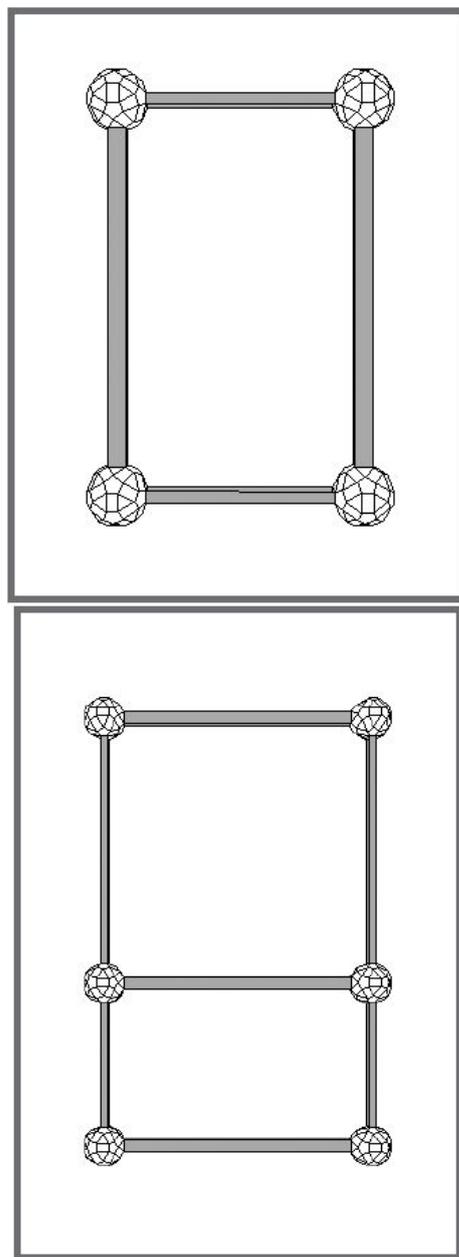
#### 手順

クラスを2～3人のグループに分け、ゾム・ツール、物差し、電卓を配ります。授業の導入として何人かの生徒に黒板に長方形を書かせ、縦と横を測らせます。それぞれの長方形の縦と横の比率を求めます。その比率を1対1.6と比べ、この比率が黄金比、神聖比例(訳注: 神聖比例は近代までの名称)と呼ばれることを説明します。

生徒の最初の課題は、短い青ストラットと中くらい青ストラットをそれぞれ2本ずつ使い、長方形を作ることです。**その長方形は短く、太い形でしょうか? 長く細い形でしょうか? その比率の長方形を以前見たことがあるでしょうか?** この縦、横の長さの比率の長方形は特別な比率で黄金比と呼ばれ、 $\tau$  (ギリシャ語の tau) で表されます。**比率とは何でしょうか? どのようにして比率を描き、測るのでしょうか?** 長方形の短い方の単位が1、長い方が $\tau$ で表された場合、辺の比率は1: $\tau$ となります。**私たちはどのように $\tau$ を見つけられるでしょうか? この長方形を測る最良の方法は何でしょうか? ノードの幅は測量に含むべきでしょうか?**

生徒に長方形の2つの辺の長さの割合をたずねてみましょう。いくつかのチームの代表者に答えをクラスの前で発表してもらいます。**すべてのチームが同じ回答でしょうか? 生徒は比率を決めるためにどのような方法を使ったのでしょうか?** 比率を出すためには、2つの辺の長さを割り算する必要があります。例えば  $4.80/2.95 \text{ inches} = 1.627$ 。という具合です。

**$\tau$ はどんな単位で測られるでしょうか?** (比率は単位を持たない) 次に、図で表されているように長方形に正方形を加えていきます。新しい辺の長さを測りそれをノートに書きます。**比率はどうなるでしょうか?** (apx.  $7.75 \text{ インチ} / 4.80 \text{ インチ} = 1.614$ )



この比率を記録しておきます。この比率は先ほどの比率と似た比率でしょうか？ この比率は、私たちが作った新しい長方形が、オリジナルのものとの程度似ているのか（同じ形、異なる大きさ）を表します。この作業を生徒たちにあと2回繰り返すように指示を出し、新しく作った長方形の長い方の辺に正方形を加えます。生徒はこの比率を記録できる様、表を作ります。黄金の長方形は何が特別なのでしょうか？ 長方形と正方形はお互いにどのように作用しているのでしょうか？ 新しい長さはどうなっているのでしょうか？ (7.75, 12.55) 新しい比率はどうなっているのでしょうか？ (2.55 インチ / 7.75 インチ = 1.619) 正方形を更に加えていくことは可能でしょうか？ 可能であるならどのようにすればよいのでしょうか？

生徒たちに、記録した比率とその他の発見をノートに書かせましょう。私たちは、どのようにして私たちが測った比率の平均を出せるのでしょうか？

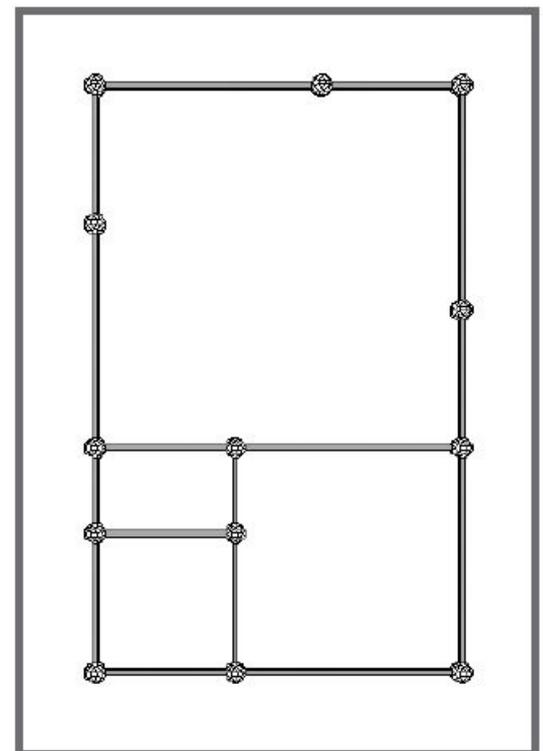
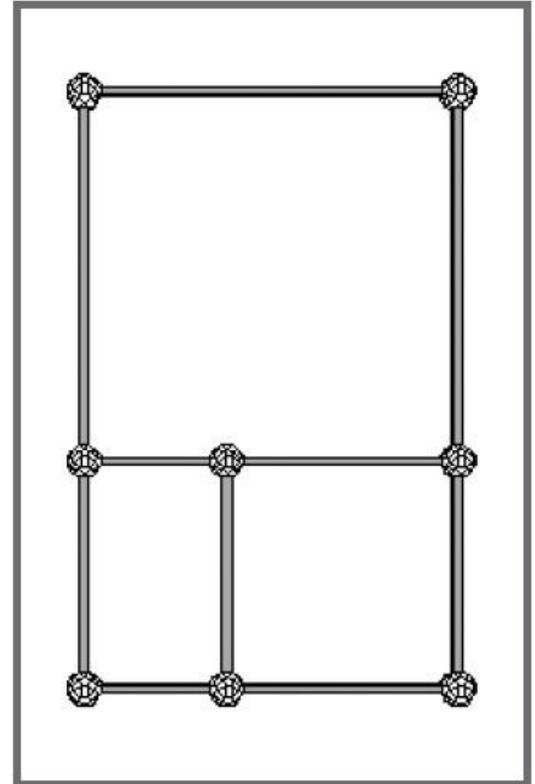
この比率の名前は「タウ」と表され、実際の値は 1.6180339... となります。これは、円や球体を測るときに使われる  $\pi$  (円周率) のように延々と続き、数字の並び方に繰り返しはありません。このタイプの数字は『無理数』と呼ばれます。私たちが次々に測った長さは、1つ前に測った長さの 1.6180339 倍となります。もし最初の長さが 1 であれば、2番目は  $\tau$  となります。

$\tau$  の比率は様々な場所で見られ、普通は 2 つの長さの比として現れます。例えば、アテネのパルテノン神殿など多くの古代ギリシャの神殿には、生徒たちが作った長方形と同じ比率によって作られたものが数多くあります。

$\tau$  の比率は自然界でも多く見られ、その中には人間の手も含まれます。次の課題は指の骨の間の比率を決めることです。物差しを使い、指の第一部分の長さを測り（指先から第一関節まで）長さをノートに記入します。指のそれぞれの関節の長さを測り、それから、手首の真ん中にある大きな関節（中手骨）の長さを測ります。グラフ用紙か黒板に第一、第二、第三、第四関節までの長さを書き込める表を作ります。そしてそれぞれの生徒に自分の指の長さを読み上げてもらいます。それぞれの関節部分で平均値を出します。第二と第一、第三と第二、第四と第三の比は、それぞれ  $\tau$  の比率に近いものとなります。

私たちのおへそもまた体全体を黄金比に分割し、また、まゆ毛も私たちの顔を黄金比に分割します。「 $\tau$  の割合」は自然界の成長パターンにおいても見ることができます。多くの植物で、進化の過程で黄金比が見られるようになってきています。

更なる学習として、生徒自身で選んだ構造体を作らせるのも良いでしょう。そしていくつかの黄金比のスケールでそれらのコピーを作ってみましょう。



### 評価

生徒の作ったモデル、図や絵、ノートを点検します。ゾム・ツールのモデルの測量法と指の骨の測量方法を完成させ、授業の実習に従って比率を導き出すことができれば、合格です。

### 対応する基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 数字と数字の關係に該当する数学的レベル (NCTM レベル 5)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)
- \* 測量を使った広範囲に及ぶ具体的経験の数学的レベル (NCTM レベル 13)

### 発展学習の可能性

自然界、および人工的な世界での数字のパターン、黄金分割の発生の更なる学習 (“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”、“楽しいフィボナッチ”、“フィボナッチ数と黄金分割”)。黄金分割を伴った代数学と三角法 (“相似と黄金分割”、ゾム・ツールマニュアルの 21~24 ページ)。

## 数学 中級コンセプト

### ➤ 二次元と三次元のかたちの命名

#### 授業の目的

多角形や多面体の定義を追及する。そして、それらの形や立体の幾つかの特徴を明らかにする。二次元、三次元の形を通してギリシャの用語法、命名法を学ぶことにもなる。

#### 既習事項

多角形の基本的な知識

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1,2 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 1,2 個

#### 手順

クラスを 2～3 人ほどのグループに分け、平等にゾム・ツールを配布します。生徒たちに、今からやる内容、つまり二次元や三次元の命名の仕方の探求をすることを伝えます。

**誰か多角形を定義できますか？ 多角形はいくつの面を持っていますか？ 曲線はありますか？ 線は交差していますか？ 多角形は何次元でしょうか？**

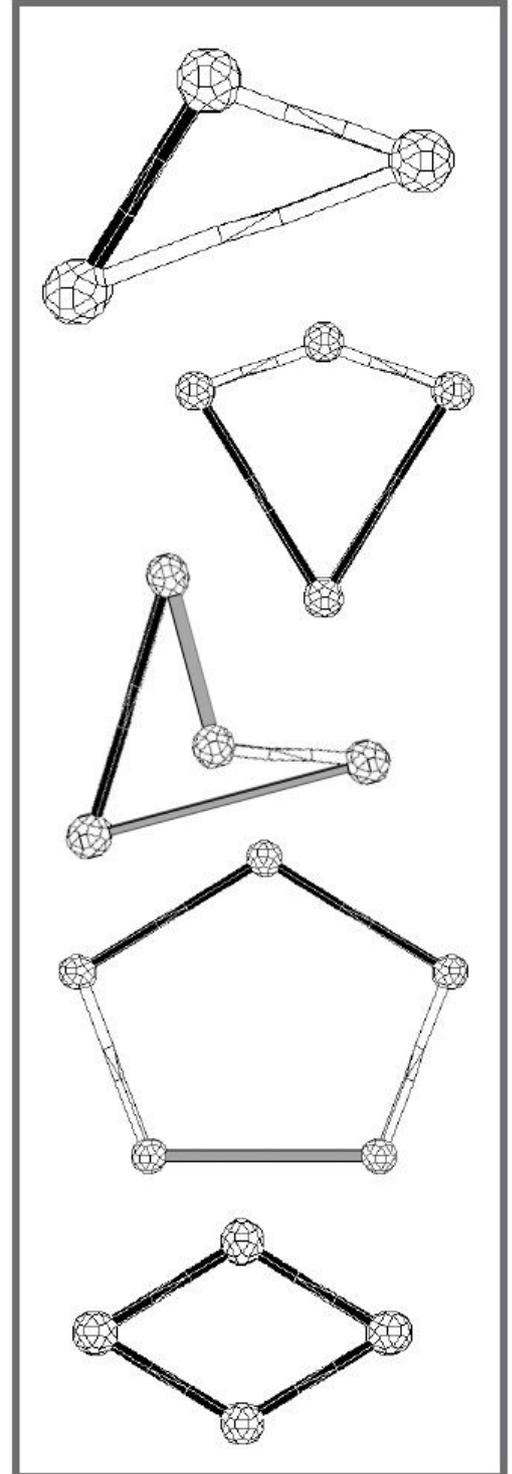
生徒に生徒自身の算数ノートに多角形の定義を書くよう促します。例えば、多角形とは平面において、直線によっていくつかの点をつないだものです。線はクロスしません。Polygon (多角形) はギリシャ語で「たくさんの角」を意味する言葉に由来した名前です。多角形は、その頂点のどれも内部へへこまない場合に凸面であると言われます。

生徒にある多角形を作らせます。**多角形は平面でなければなりませんですか？** 生徒たちに、どのような形を作ったのか、また多角形の性質を決める方法を議論させます。

**形を分類化する良い方法とはどのようなものでしょうか？ 辺の数ですか？ 色ですか？ 凹凸の多面体は、別々のグループに入れますか？**

生徒たちに青ストラットだけで多角形を作らせます。その多角形は全く等しい辺、等しい角度を持たねばなりません。**これらの要素を備える特別な多角形を何と呼ぶのでしょうか？ いくつの辺を持っているのでしょうか？** これらの多角形は正多角形と呼ばれています。グループで三、四、五、六、十の正多角形を作ってみましょう。

**誰かこれらの形に名前を付けることができますか？ それらの名前は、私たちに何を伝えていますか？** (いくつの角があるか) **その言葉がどこから由来しているのか誰か知っていますか？** (ギリシャ



から) **私たちは、数ある言語の中でなぜギリシャ語を使っているのでしょうか？ なぜ英語ではないのでしょうか？**

ギリシャの接頭辞と接頭辞が表す数字をどのように分類、組織化したいのか、生徒に考えさせます。ギリシャの接頭辞とそれに対応している数字との関係性、つながり作りをさせます。生徒が作ったそれぞれの形の接頭辞とそれに対応する数字をノートに書かせます。表の様に数字と接頭辞を埋めていきましょう。

このリストを使い、生徒たちは自分達が作った多角形を名づけることができるはずですが、通常は作成したリストに従って、またより数の多い多角形に関しては、そのまま数字で表します。例えば三十七角形は 37-gon と表せるでしょう。

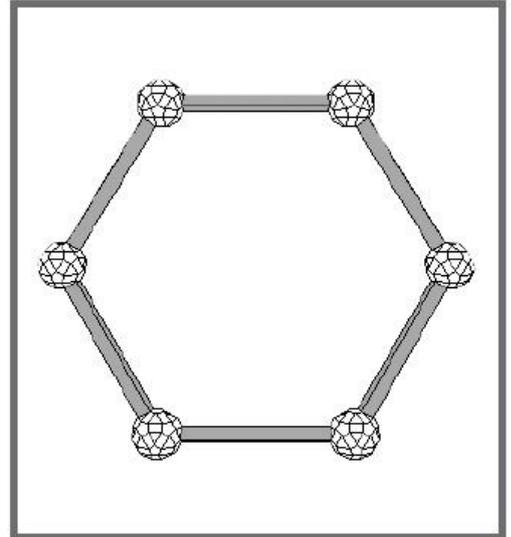
一方で例外も見られます。例えば、今まで述べてきたようなシステムでは、三つの面を持つ多角体は triangle (トライアングル) ではなく、triagon と呼ばれるはずですが、しかしギリシャでは“gon”は角を表します。ですから命名の仕組みは似ています。また、正四角形は Square (スクエア) と呼ばれます。4つの辺をもつ他の形は quadrilaterals と呼ばれ、これはラテン語で「四つの辺」という意味です。**正方形の本当の名前は何でしょう？ (正四角形) 四辺形は？ (四角形)** それぞれのグループに、いくつかの多角形を他のグループに見せ、どのようにして、そして誰がその名前をつけたのか説明させましょう。

生徒たちが多角体の命名に慣れてきたら、ギリシャの命名法に従って三次元の命名にもチャレンジさせましょう。**二次元の形が多角形と呼ばれることをすでに知っていますが、それでは三次元の形は何と呼ばれるのでしょうか？ (polyhedra 多面体)** 三次元の形は(polyhedron(複数形が polyhedra) 多面体)です。多面体は多角形の面が幾つあるかによって名前が決まります。例えば、四つの面を持つ多面体は四面体(tetrahedron)と呼ばれます。**それでは八つの面を持つ多面体はどうでしょうか？ 十二個の面は？ 普通、私たちがキューブと呼んでいる形の正式名称は何でしょう？(hexahedron 六面体)**

時間がどの程度残されているかにもよりますが、いくつかの多面体を作らせ、多面体に既習の命名規則を応用させて下さい。

**一般的に、二次元や三次元の形の命名規則とは何でしょう？** 生徒は自分自身の定義を生み出し、ノートに書きます。

幾何学的なかたちの命名の慣習に従うと、どのようなメリットがあるか、という議論によって授業を締め括ってください。**なぜギリシャの名前を使うと私たちにとって便利なのでしょう？ 他に英語以外の言語に基づいて専門用語を使う科目がありますか？ その言語をスタンダードなものとして使う目的は何でしょう？**



3	tria
4	tetra
5	penta
6	hexa
7	septa
8	octa
9	nona
10	deca
12	dodeca
20	icosa
30	triaconta

### 評価

生徒が作り、披露した多角形と多面体、およびノートに記述された学習したそれぞれの定義、コメントを評価します。

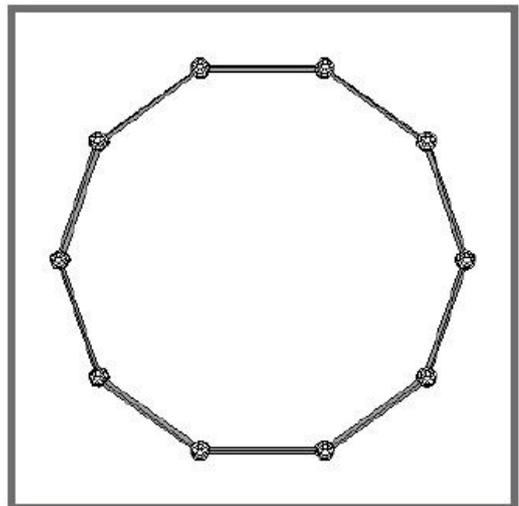
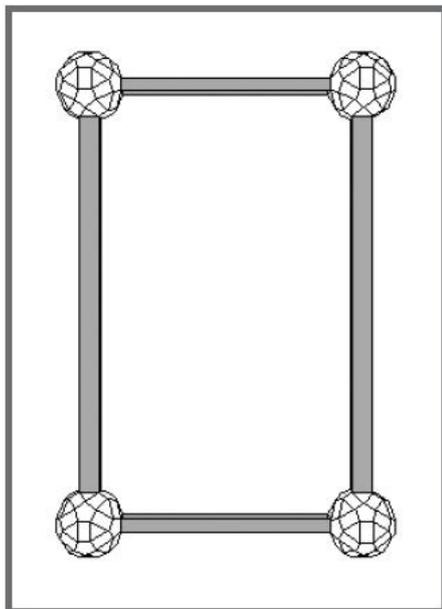
基本的な多角形と多面体を作成し、名前をつけることができれば、合格です。多角形、および多面体の基本的な命名規則を言葉で表現できれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル (NCTM レベル 2)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

三次元の多面体の学習 (“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”、“オイラーの多面体公式”、“アルキメデスの立体”)。数学、自然科学、人文科学等の標準化された言語の役割に関する議論。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ プラトン立体 I

#### 授業の目的

正多面体の形を詳しく調べることから始める。多角形の面が、立体の頂点のところでいくつ集まるかということに基づいて、三次元では5つの正多面体しか存在しないことを明らかにする。

#### 既習事項

基本的な多角形の知識（“幾何学的なかたち”）、および二次元に対しての三次元図形（“二次元と三次元のかたち”）を定義できる能力。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1、2回

#### 必要な材料

- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キット2個
- グリーンライン・キットx3～4個（可能であれば）
- 各グループにハサミx1
- 各グループにセロハンテープx1
- 紙で作っておいた多角形（“資料”の章を参照）

#### 手順

多角形と多面体の簡単な確認から始めます。

**多角形とは何でしょう？ その名前から何がわかりますか？**

**正多角形とは何でしょう？**（すべての頂点と角度が同じである）

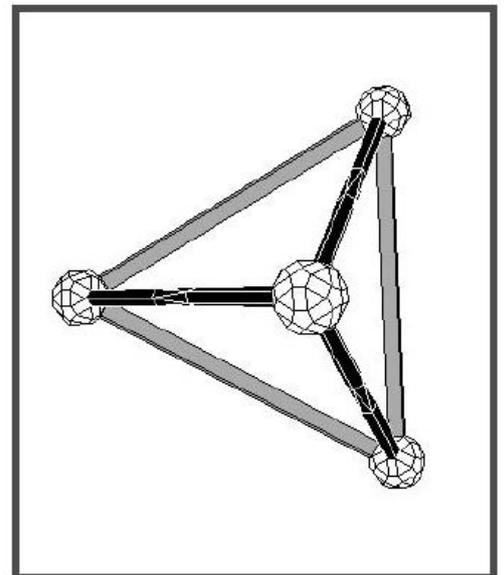
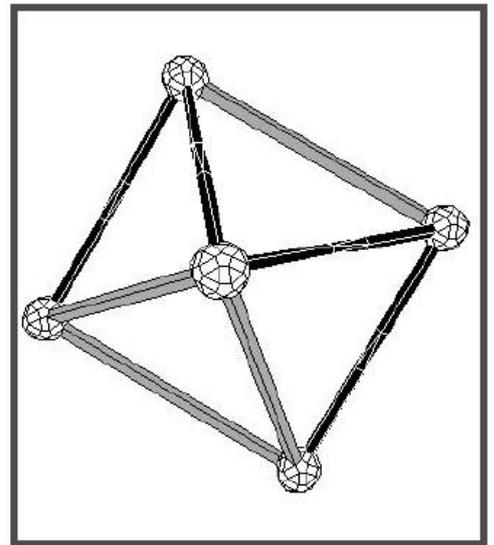
**多面体とは何でしょう？ 多面体はいつも多角形でできていますか？ 多面体はどのように名前をつけますか？**

この授業では、正多面体と呼ばれる特殊な多面体を学びます。これらは、1種類の正多角形のみを面に持つ立体です。それぞれの頂点は、同じ数の面に接します。

正方形の面で作られる正多面体の例として、ゾム・システム（青ストラット）で作られた立方体を見せましょう。すべての面は正方形で、かつそれぞれの頂点で3つの面が出会います。

複数のグループに分けて、ゾム・システム、ハサミ、セロハンテープ、紙の多角形を配ります。グループの作業は、正多面体はいくつ存在するかを見つけることです。**どうやって、正多面体はいくつ存在するかを決めたら良いのでしょうか？ 数は無制限でしょうか、それとも決まった数があるのでしょうか？** 生徒に、彼らの予測を算数ノートに書かせてみましょう。また、彼らが考える様々な計画を議論しましょう。

20～30分間で、できるだけ多くの正多面体を作らせてみましょう。生徒たちが結論として出したそれぞれの立体について、議論しましょう。



**すべての面は、同じ多角形ですか？ それぞれの頂点は、同じ数の面に接していますか？**

この最初の探究では、面が正多角形でない立体をつくってもかまいません。**生徒たちはいくつ見つけられましたか？**

次に、正多面体の頂点をひとつずつ調べます。いろいろな正多角形がありますが、最もシンプルなものから始めましょう。

**最もシンプルな正多角形とは何でしょう？（三角形） 正多面体の頂点に、異なる数の辺が集まることはあるのでしょうか？ 頂点の角はどうでしょう？ 異なっていますか？ 頂点はいくつできるでしょう？ 2つの三角形で1つの完全な頂点ができますか？ 3つでは？**

順番に、それぞれの頂点を作ってみましょう。もし補足の緑ストラットを持っていれば、正三角形でできるすべての頂点を作ることができます。なければ、赤と青のストラットを結合することで、3つの三角形でできる頂点と、4つの三角形でできる頂点を完成させましょう。紙の三角形同士の端をセロハンテープでとめて、三角形が互いにぴったり合わせられるか確認します。

**頂点に向かってぴったり合う三角形は、最大でいくつになるでしょう？**（5個が最大値。6個の三角形では普通の六角形になり、頂点にはなりません。）

三角形で限界に達したら、次の形に移りましょう。

**次の正多角形は何でしょう？ 頂点を作るのにぴったり合う正方形はいくつですか？ 正方形が頂点を作る方法は何通りありますか？ 平らになる接合はいくつできますか？**

再び、ゾム・システムで頂点のモデルを作る作業をしてみましょう。

**次の正多角形は何でしょう？ 頂点を作るのにぴったり合うのはいくつですか？**

グループがこの方法の限界を見つけるまで、この作業を繰り返してください。

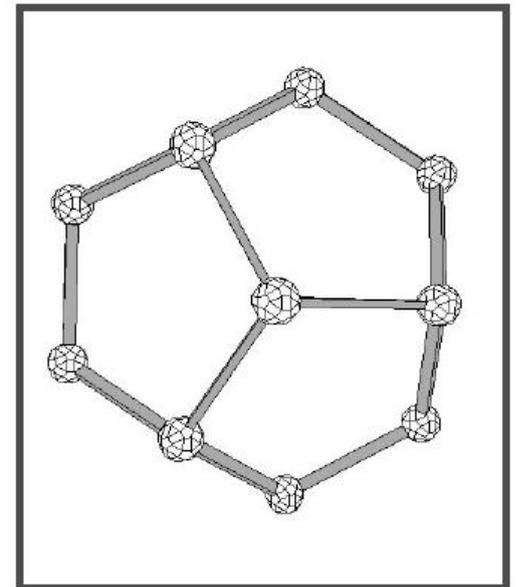
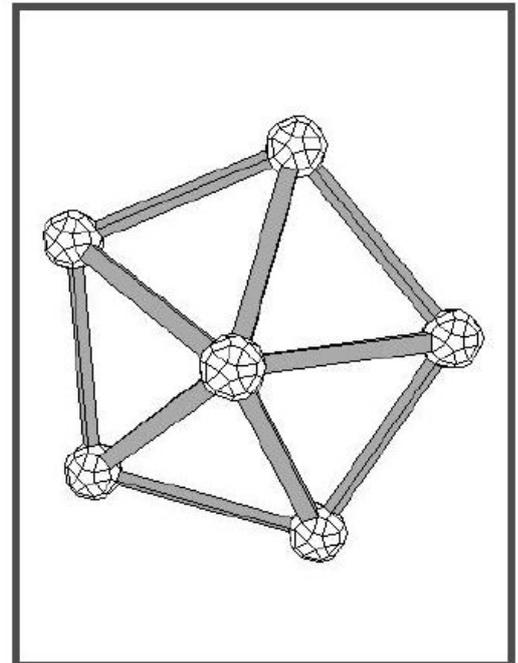
六角形は平面の状態でのみぴったり合い、また六角形を超えると、頂点での角度が大きすぎる（ $120^\circ$ 以上）ため、3つ以上（の面）は合わせることができません。

**多角形が会うような頂点は何個見つけることができましたか？ 頂点だけを見ると、完全なる立体とは何に似ていると言えますか？**

正多角形を使ってできる三次元の頂点を用いながら、規則を公式化してみても、意見を書かせてみましょう。グループで作った紙とゾム・システムの頂点は両方とも取っておきます。

正多面体は、長い間、世界中で研究されてきました。ギリシャの哲学者プラトンは、約2,400年前にこれらの形を体系化しました。彼は、二次元の正多角形を繰り返し用いて三次元の多面体を完成できるのは、たった5つの立体のみだと主張しました。彼が用いた基準は、この立体の形は、すべて重なりやズレが一切なく、規則正しく等しい面、角度、頂点を持っていないければならない、というものでした。

“プラトン立体 II”の授業では、これらの多面体の説明を続けます。



**評価**

構造物をつくる間、生徒を観察し、発見したことをノートにとらせ、算数ノートを読み返してみましょう。

紙とゾム・システムの両方で頂点を作ることができ、また何種類作ることができるかがわかれば、合格です。なぜ 5 つの立体のみが可能なのかを明確にする規則を示すことができれば、基準レベル以上です。

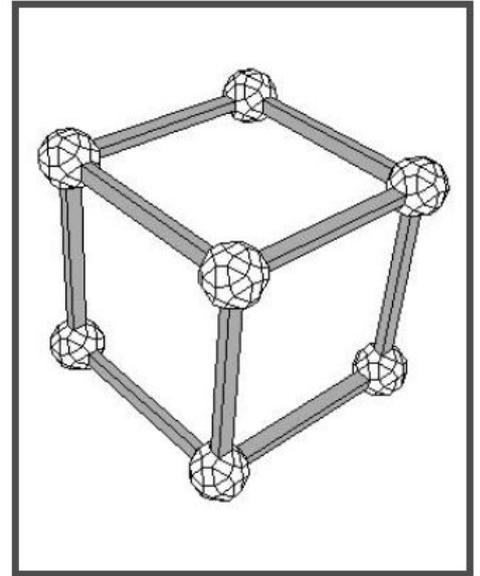
**対応する基準**

- \* 問題解決の発展学習に該当する数学レベル(NCTM レベル 1)
- \* 数学の証明に該当する数学レベル (NCTM レベル 3)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

**発展学習の可能性**

引き続き多面体の調査 (“プラトン立体 II”、“アルキメデスの立体”、そしてゾム・システム・マニュアルの 4, 5, 6 及び 8 の解説)。

三次元タイル貼りの更なる作業 (“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“ミツバチの巣”)。



## 数学/哲学 中級コンセプト

### ➤ プラトン立体 II

#### 授業の目的

ゾム・システムで5つのプラトン立体をつくる。立体の歴史、その自然界や人工の世界での出現、そして哲学について学ぶ。

#### 既習事項

基本的な多角形（“幾何学的なかたち”）の知識、および二次元に対しての三次元図形（“二次元と三次元のかたち”）を定義できる能力。“プラトン立体 I”を修了していること。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個
- グリーンライン・キット 3～4 個（可能であれば）
- “プラトン立体 I”の授業で作った、紙およびゾム・システムで作られた立体
- 結晶、ウイルス、放散虫のサンプル、あるいは画像（可能であれば）（インターネット上にある）

#### 手順

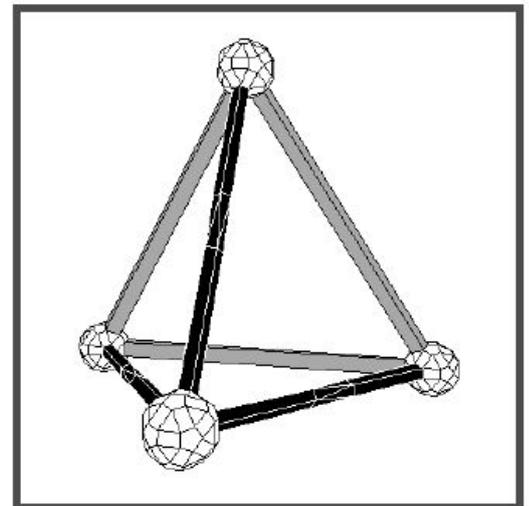
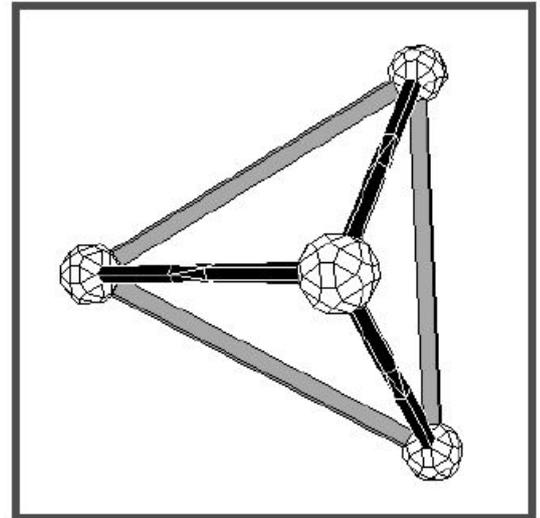
生徒を、この前の授業のグループに分け、その時作った紙とゾム・システムで作った立体を返却します。

**この前つくった頂点から完全な立体をつくるには、どうしたら良いでしょうか？ 5つの頂点に基づいて、いくつの立体がつかれるでしょうか？ どのようにして進めるのが一番良いでしょうか？**

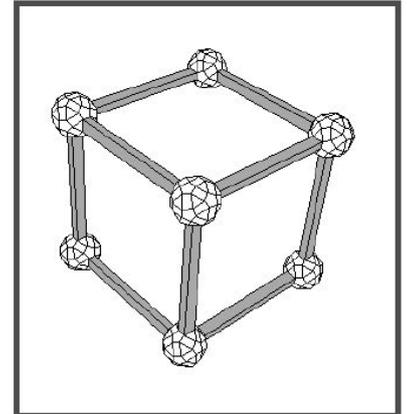
もし生徒が定義することに慣れていないようであれば、正多面体を定義しましょう。生徒がどのようにしたら完全な立体を作ることができるか、挑戦する彼らの作業を見ながらアドバイスしてください。

ゾム・システムの緑ストラットが使えない生徒は、四面体または八面体をつくるのに少し手間取るかもしれませんが。わずかに不規則な四面体は、青い正三角形を使って、赤ストラットを上方向に組み立てればつくることができます。わずかに不規則な八面体は、青と赤ストラットを使って長方形を組み立て、赤と青ストラットを上および下方向に組み立てることによってつくることができます。どちらの立体も、緑ストラットを使えばきれいに組み立てることができます。

立体が持っている面の形によって、立体を分類しましょう。また、その立体に名前をつけましょう。**幾何学的なかたちをどのように名前付けしたら良いでしょうか？ 5つの立体はいくつの面を持っているでしょうか？**



立体の名前	面の数	各面の形
四面体	4	三角形
六面体	6	四角形
八面体	8	三角形
十二面体	12	五角形
二十面体	20	三角形



### プラトン立体の歴史

誰がこれらの形を最初に発見したのかは、誰もわかりません。しかし、少なくとも 2500 年前に、石を刻んだ十二面体のおもちゃがヨーロッパで発掘されています。立体のイメージは、アフリカと南アメリカの文明にも見られます。それらすべてを一緒に描いた最初の人物は、ギリシャの哲学者プラトンで、およそ紀元前 400 年のことです。彼は立体を、錬金術の 4 つの神秘的要素（土、空気、火、そして水）と結びつけました。

火 — 正四面体      土 — 正立方体（六面体）  
 空気 — 正八面体      水 — 正二十面体

もうひとつの立体、十二面体を、プラトンは宇宙全体の形と天空の特性に結びつけました。**これらの立体は、対応する 4 つの要素とどのような共通点を持っていますか？**

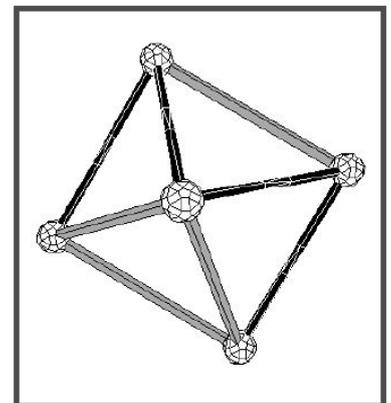
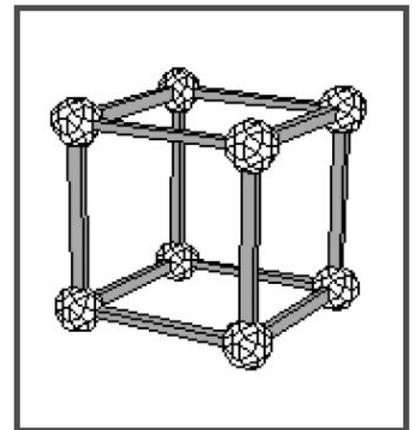
16 世紀のドイツの天文学者ヨハネス・ケプラーは、プラトンの立体に魅了され、それらは宇宙の構造に関係しているはずだと信じるようになりました。彼は、惑星軌道の相対的な大きさを説明するために、お互いに入れ子になった立体に基づいた、太陽系のモデルを作りました。

5 つの立体は、自然界にも見出すことができます。例えば、多くの鉱物の結晶は八面体または立方体の形になります。フローライト（蛍石）の結晶は、立方体かつ八面体の形で存在します。これらは比較的安価で、授業での検証に用いることができます。放散虫と呼ばれる海の微生物の外部骨格は、四面体の形をしています。ほとんどのウイルスは、はしかやエイズ、一般的な風邪の原因となるものを含み、二十面体の形をしています。十二面体の形をしている唯一の分子（ドデカヘドレイン Dodecahedrane  $C_{20}H_{20}$ ）は、生命の基本要素である炭素や水素から成っています。

プラトン立体は近代の思想家たちを魅了し続けます。有名な建築家バックミンスター・フラワーは、二十面体を基として、彼のジオデジックドームをデザインしました。**なぜ自然や人間は、そのような対称的な形を使うのでしょうか？** プラトン立体が自然界の形とどのように結びついているかという彼らの理論を、生徒に書かせてみましょう。

### 評価

生徒たちが構造物をつくる様子や、発見を書きとめる様子を観察し、算数ノートの記述を点検します。ゾム・システムでプラトンの立体を



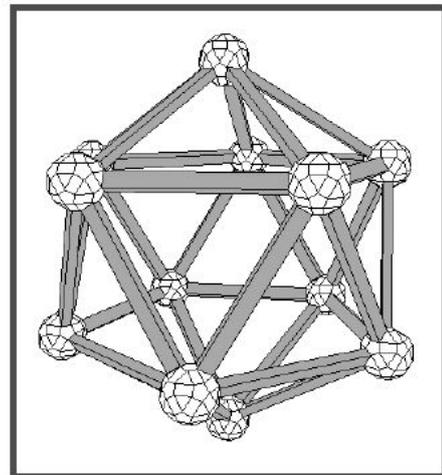
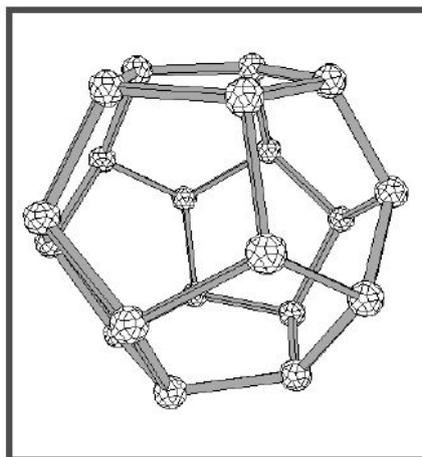
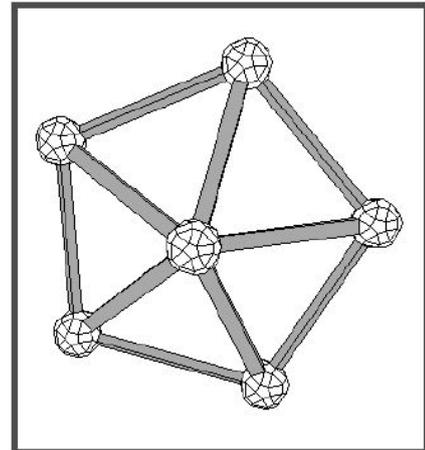
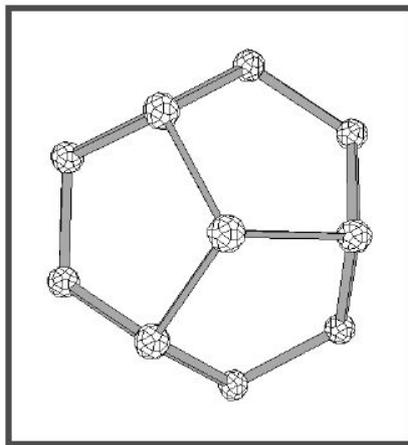
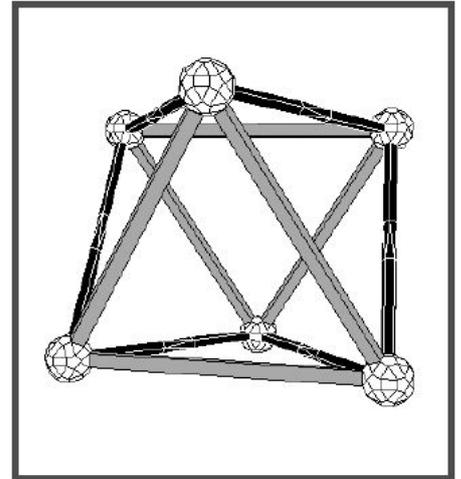
完成させることができれば、合格です。プラトン立体と自然界で起こる形との関係を記述することができれば、基準レベル以上です。

**対応する基準**

- \* 数学的関連性の探究に該当する数学レベル (NCTM レベル 4)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

**発展学習の可能性**

引き続き多面体の調査 (“アルキメデスの立体”、そしてゾム・システム・マニュアルの 4, 5, 6 及び 8 の解説)。三次元タイル貼りの更なる作業 (“三角形によるタイル貼りの三次元版”と “ミツバチの巣”)



## 数学 中級コンセプト

### ➤ 二次元と三次元の星形

#### 授業の目的

星形化と呼ばれる手順が二次元および三次元において、どのように星の形を生成するかを試す。また、等比数列の概念を探る。

#### 既習事項

幾何学用語の知識（“二次元と三次元のかたちの命名”）。二十面体と十二面体を定義づけ、構築できる能力。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 2 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対し、クリエイター・キット 2 個

#### 手順

幾何学的なかたちを変える興味深い手順を調べようとしていることを、生徒たちに伝えます。3～4 人のチームに分けます。チームの最初のチャレンジは、正五角形をつくること、それからその五角形の辺を互いに交わるまで伸ばすことです。**できた形は何に似ていますか？ その形にはいくつの突起がありますか？ それは対称ですか？**

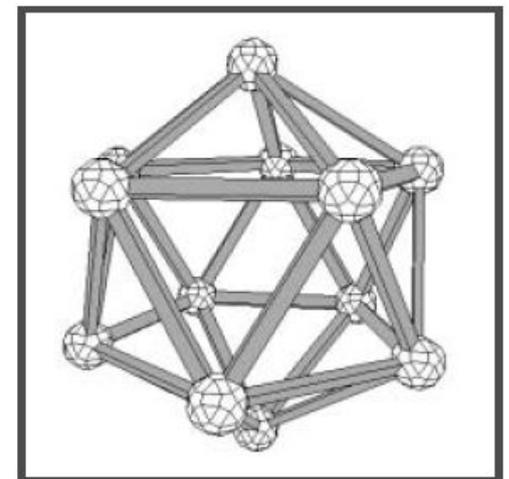
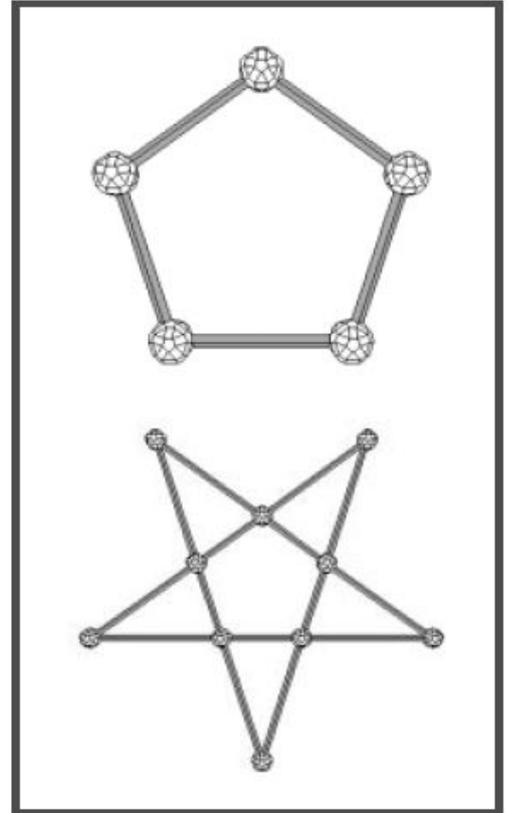
多角形または多面体の辺を伸ばす手順は、星形化と呼ばれます。できた形は、今の場合では星形五角形または五芒星と呼ばれます。この形を誰が最初に発見したのかはわかりません。ギリシャの数学者で哲学者のピタゴラスは知っていた、ということがわかっています。彼の哲学者仲間、彼らの秘密のシンボルとしてそれをうい、メンバーにしか知らされませんでした。事実、メンバーでない者にそれを漏らした仲間を、彼らが溺れさせたこともあります。

**外側の 5 つの頂点を結ぶと、何の形になるでしょう？** チームに形を完成させる時間を与えましょう。

**どの色のストラットを使わなければならないでしょう？ どの長さ？ 形は再び星形になりますか？ 外側の頂点を結ぶとどのような形になっていますか？ 五角形は毎回同じ量ずつ大きさが大きくなっていますか？ どれだけこの手順を続けることができるでしょう？** いつも同じ方式で形が増大することは、等比数列またはフラクタル数列と呼ばれます。

**三次元でも同じように、この方法で星形化することはできるでしょう？** 生徒たちに、短い青ストラットなしで二十面体を作らせてみます。一度二十面体ができたら、星形化させます。チームがこのチャレンジに解決を見出すのに、必要に応じて巡回し補助しましょう。

**どの辺が伸びるべきでしょう？ どのストラットが必要でしょう？** 星形化は星形の多面体を



生み出します。

二次元の星を命名する手順に基づき、新しい三次元の形にどんな名前を与えたら良いでしょうか？  
 (星形二十面体) どのような形が星形の頂点を作るでしょうか？(正三角錐) そのようなピラミッドがいくつありますか？(20個) 外側の頂点によってどのような形ができますか？(十二面体) この結果でできた多面体は、さらに続けて星形化できますか？ この成果物の星形多面体の名前は何でしょうか？(星形十二面体) 頂点はどのような形ですか？(正五角錐) そのようなピラミッドがいくつありますか？(12個) 外側の頂点によって今度はどのような形ができますか？(二十面体) これは良く見る形ですか？ もっと大きく作ることができるでしょうか？ 小さくなら可以吗？ どのような種類の数列でしょう？ これは等比数列またはフラクタル数列ですか？

生徒たちは算数ノートに星形化の定義を書いて授業を終わります。彼らはまた、二十面体と十二面体の双対性を述べることを試しても良いでしょう。

### 評価

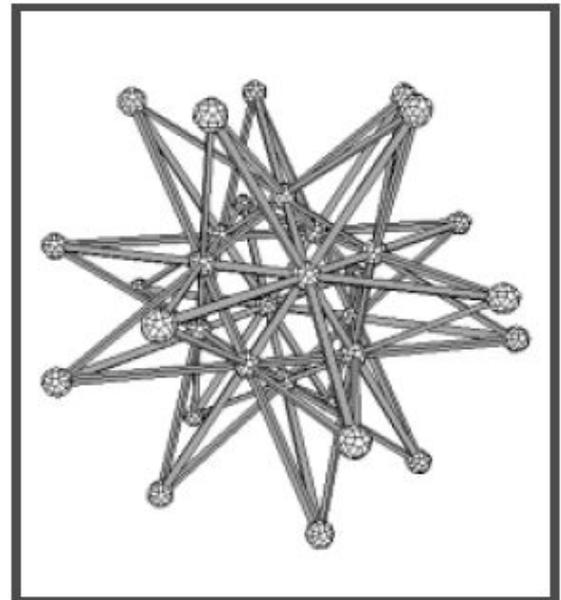
生徒が構造物をつくる時、観察して発見したことをノートをとります。算数ノートに書かれた定義を読み直します。二次元と三次元の星形化ができれば、合格です。星形化の幾何学的数列の定義を示すことができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル (NCTM レベル 2)
- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

幾何学形のその他の変換 (“アルキメデスの立体”)。また、自然界における幾何学的成長パターンの研究 (“多重鏡映対称性” および “楽しいフィボナッチ”)。



数学/芸術 中級コンセプト

➤ ケプラーのタイル貼り

授業の目的

正五角形はそれだけでは平面をタイル貼りできず、またいくつかの他の形を加えるとタイル貼りできるということを学ぶ。これらのタイル貼りは非周期的なものであることを確認する。

既習事項

タイル貼りを用いた幾つかのこれまでの作業(“タイル貼りに挑戦”、“四角形とは?”、“四角形でタイル貼り”、“平面パターン”)。対称概念の基礎理解 (“鏡映対称性とは何か?”、“多重鏡映対称性”、“回転対称性”、“タイル貼りにおける並進対称性”)

必要な時間

45~60 分で 2 回

必要な材料

- 25~30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個

手順

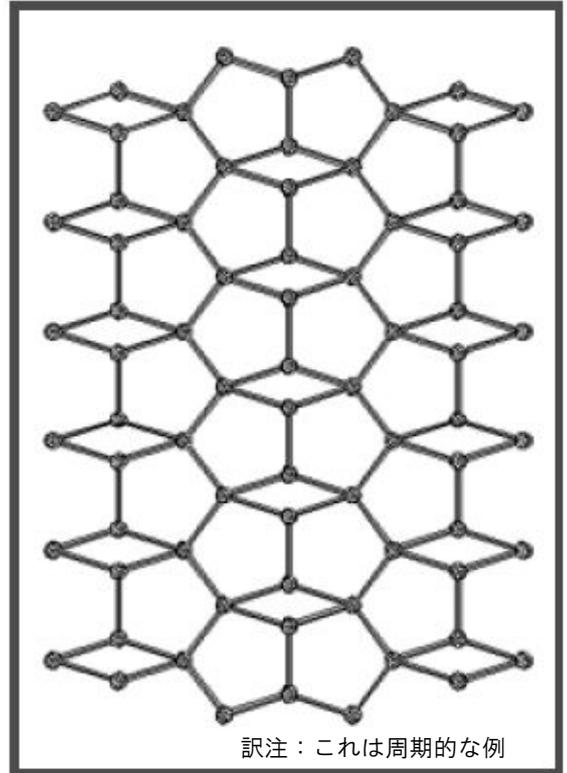
以前の授業で作成したタイル貼りを生徒たちと共に振り返ります。**これらのタイル貼りの繰り返しにおいて何が特別でしょうか? 1 つのタイル貼りに、いくつの違う形が使われたのでしょうか?**

1 つまたは複数の形が連続して繰り返される時、そのタイル貼りは周期的と呼ばれます。模様が途中で変化する、または途切れ途切れになるとき、そのタイル貼りは非周期的と呼ばれます。世界中で多くの種類のタイルやモザイクが研究されています。ドイツの科学者で天文学者のヨハネス・ケプラー (1571-1630) は、多くの非周期的なタイル貼りを発見しました。この授業で用いるタイル貼りは、ケプラーのタイル貼りとして知られています。

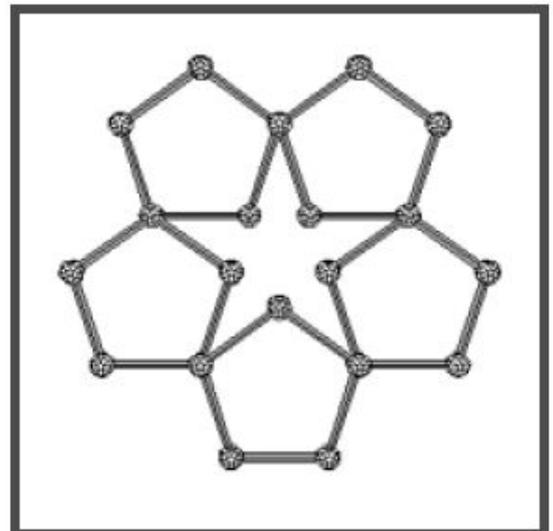
生徒たちをグループに分け、ゾム・システムのパーツを分けます。グループは正多角形を用いて単純な周期的タイル貼りを作ります。もちろん、形の間には隙間はありません。三角形、四角形、六角形において、形の中に隙間がないことは明らかです。そして、頂点のまわりに隙間がなく、どこも決まった数のタイルがぴったりしきつめられています。

**五角形はどうでしょう? 隙間なくタイル貼りすることができますか? それができるにはどのような方法が良いのでしょうか?**

生徒たちに正五角形を作らせ、頂点の周りにさらに五角形を付けさせます。**いくつの五角形を頂点の**



訳注：これは周期的な例



周りにぴったり合わせることができますか？ それは完全にくっついていますか？ これは、五角形でタイル貼りすることができないことを意味するのでしょうか？

何が起るかを見つけるために、グループに五角形を作り続けさせます。五角形ともう一つだけ形を加えて、何通りタイル貼りすることができるでしょうか？ 他のどの形が、タイル貼りを完成させるのに必要でしょうか？ 真ん中に隙間のある五角形の輪を作るように、いろいろな方法を考えます。挿絵で幾つかのサンプルを提示しています。

グループでつくった異なるタイル貼りにおいて、並進対称の形はどれでしょうか？ どれが回転対称でしょうか？ 全く対称性のないタイル貼りを作ったグループはありますか？

非周期的なタイル貼りについて、生徒たち自身の定義を算数ノートに書かせて授業を終わります。

**評価**

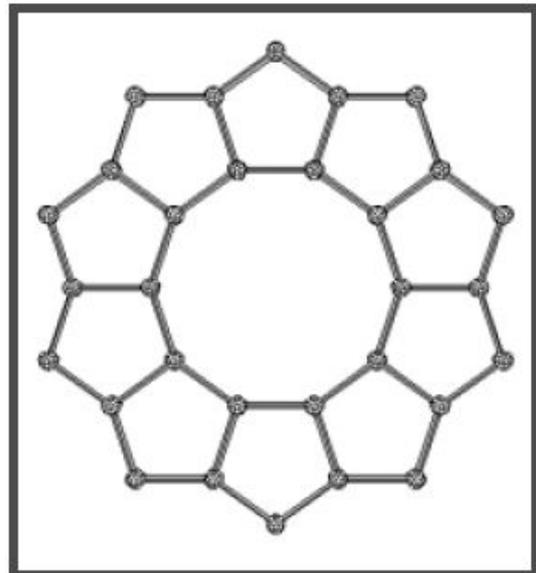
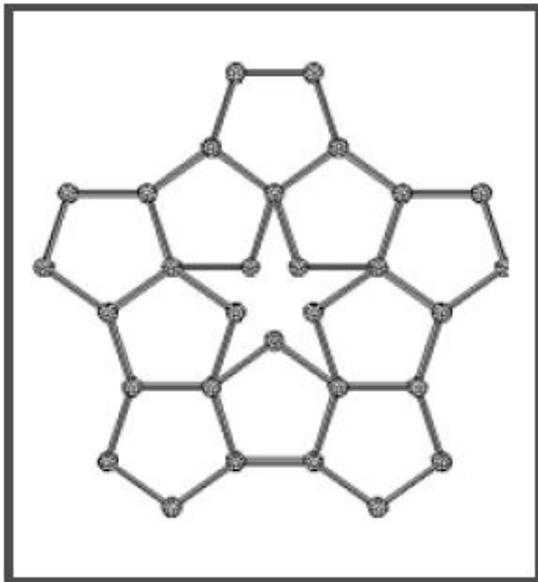
グループでタイル貼りを作ることを学び、算数ノートに書かれた定義を読み返しましょう。正五角形を用いてタイル貼りをするのに、他のどの形が使われるかを明らかにすることができれば、合格です。それらの定義によって、周期的と非周期的なタイル貼りが明確に識別できれば、基準レベル以上です。

**対応する基準**

\* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

**発展学習**

二及び三次元でのより進歩したタイル貼り (“リヒャルト／ペンローズのタイル貼り”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”)。



## 数学 中級コンセプト

### ➤ リヒャルト／ペンローズのタイル貼り

#### 授業の目的

平面を並進対称性をもたず非周期的にタイル貼りできる、リヒャルト／ペンローズのタイルを発見する。

#### 既習事項

タイル貼りを用いた幾つかのこれまでの作業（“タイル貼りに挑戦”、“四角形とは？”、“四角形でタイル貼り”、“平面パターン”）。対称概念の基礎理解（“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”、“回転対称性”、“タイル貼りにおける並進対称性”）。非周期的タイルの知識（“ケプラーのタイル貼り”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 1 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2 個

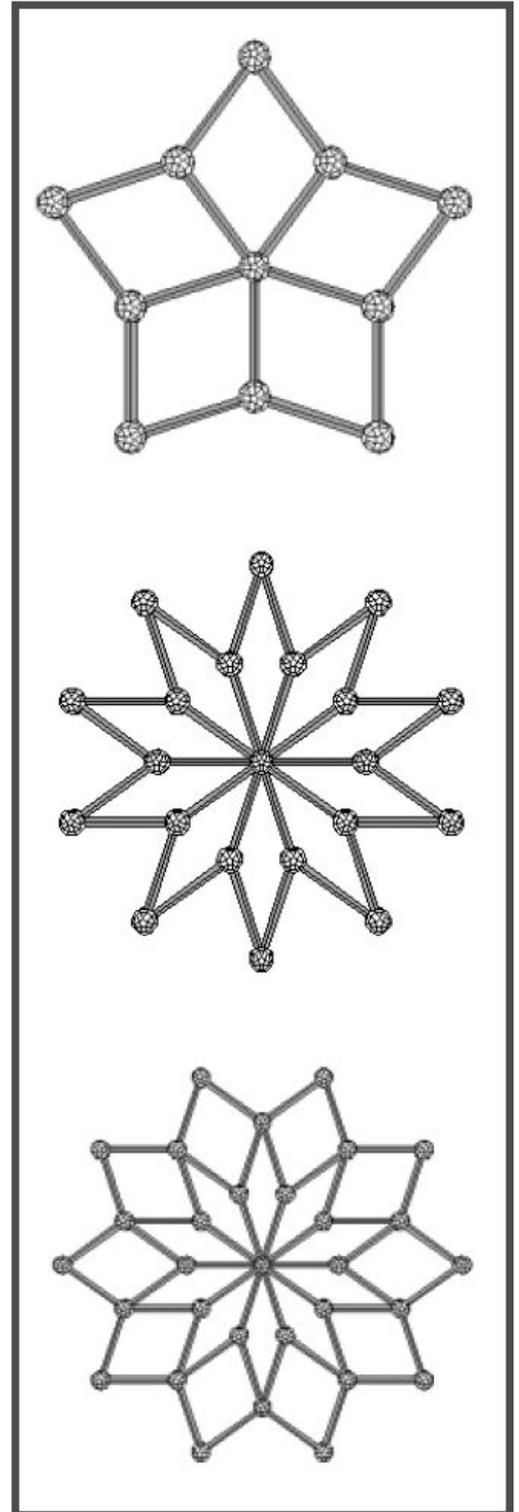
#### 手順

3～4 人のグループに分け、均等にゾム・システムのパーツを配ります。各グループは、1 種類の長さの青ストラット 5 本でできる、平面の星形を作ることから始めます。これは、アームが  $72^\circ$  間隔ずつ開いたヒトデの形になります。

**このような形に含まれる V の形を、菱形にすることができるでしょうか？ どうしたら、この手法で外側に作り続けることができるでしょうか？ 模様は何に似てくるでしょうか？ さらに続けて大きな形にすることができるでしょうか？ どんな形になりますか？ それらは前と同じですか？ それぞれの角度は何度ですか？ この模様はどの種類の対称形になっていますか？ 実測しないで角度を特定する方法はありますか？**

次に、ノードの五角形の穴を上に向け、地球儀の赤道に相当する高さにある 10 個すべての穴に（青ストラットを）差すことを、各グループに始めさせます。

**すべての V の形の凹部を菱形にすることができるでしょうか？ これを続けることはできますか？ どの段階まで？ いくつの形が必要になりましたか？ この模様はどの種類の対称形になっていますか？ この模様には 1 種類以上の形がありますか？ いくつの種類？ これら 2 つの菱形で、明確に異なる形はいくつできますか？ すなわち、やせた菱形と太った菱形のコンビネーションは、1 個の中心となるノードのまわり**



**にいくつできるでしょうか？**

典型的なランダムな頂点の配置が、図に示されています。**まったく対称性がなく、完全にランダムにタイル貼りを作ることはできるでしょうか？**

残った時間で、このようなタイル貼りがいくつ見つかるかを探しながら授業を終わります。

この授業におけるタイル貼りの特性は、アメリカの芸術家クラーク・リヒャルトと、イギリスの数学者ロジャー・ペンローズによって、1960年代終わりから1970年代始めにそれぞれ発見されました。

**評価**

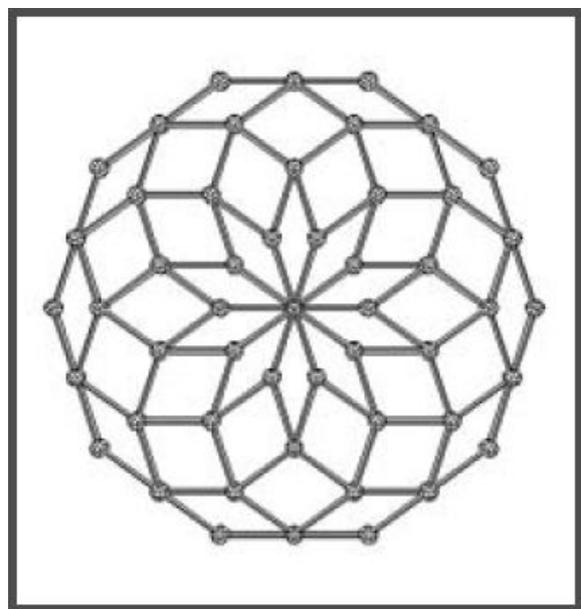
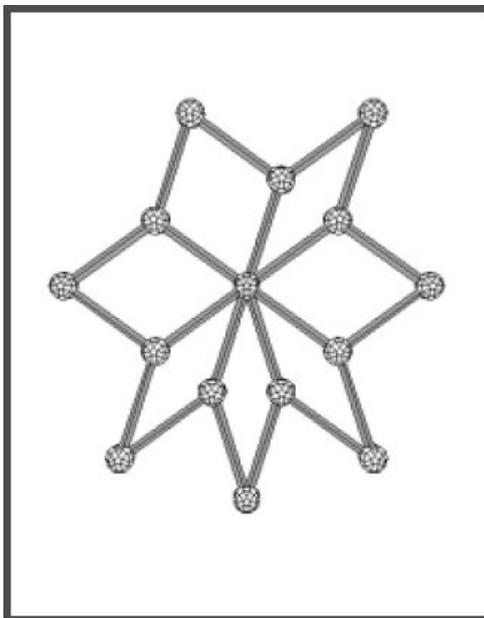
グループでタイル貼りを生みだすことを学び、算数ノートに書かれた定義を読み返します。やせた菱形と太った菱形が、中心となるノードの周りに何通り結合できるかを明らかにすることができれば、合格です。リハルト・ペンローズのタイル貼りがいつも非周期的か、または周期的でも作れるかどうかを述べる事ができれば、基準レベル以上です。

**対応する基準**

\* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

**発展学習**

三次元でのより発展したタイル貼り (“三角形の三次元版”、“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”)。



## 統合組織 中級コンセプト

### ➤ 橋を架けるプロジェクト

#### 単元の目的

このプロジェクト単位では、自分の町の小川を想定した橋のモデルを設計、構築を行う。どうやって計画や橋の作図を進めるか、すべてのプロジェクト費用をまかなう予算をどうやって計算するか、そして、ゾム・システムの要素を使って縮小モデルをどうやって構築するかを学習し、そのデザインを書いたり話したりするプレゼンテーションも行う。プロジェクトを通して、生徒は数多くの概念に取り組み、測量(メートル法およびイギリス/アメリカ基準)、線や半径、角度といった基礎的な幾何学の概念から、形、周囲、面積、縮尺、小数、予算取りや会計、技術的記述、プレゼンテーション能力、そして圧力や重力などを含む科学概念まで包括的に学習する。

#### 既習事項

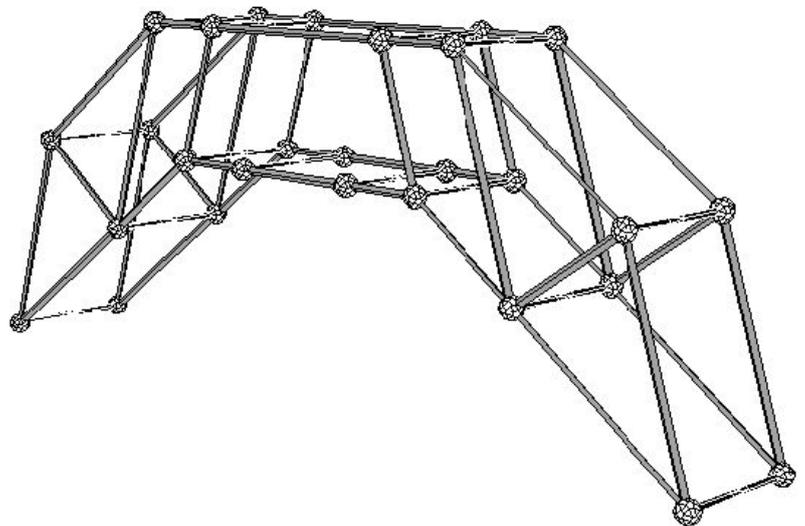
基礎的な幾何学の形(“幾何学的なかたち”)を知っていること。また、分度器を使うことができること。(“角度に注意!”と“三角形に挑戦”)。

#### 必要な時間

1日あたり45分間費やしたとして、このプロジェクト単位は6から9週間かかります。実際にかかる時間は、それぞれの部門にどれだけ深く集中できるかに依ります。

#### 必要な材料

- 20~24人の生徒に対して、クリエイター・キット2個
- 建設計画書と、異なる種類の設計図(橋、家など)。図書館や、建築家や建設会社を介して、またいくつかの地元の金物店で手に入られます。いくつかの学校では、ここ数年で生徒たちが作った計画書を持っているでしょう。
- 橋や建設、構造物に関する良い本何でも。
- 分度器
- ボール紙
- メートル法の物差し、ヤード・ポンド法の物差し、定規
- 古い電話帳3冊
- マスキングテープ
- グラフ用紙
- 巻尺(メジャー)



## 手順

このプロジェクト単位は20の部門からなり、それぞれで異なる概念を教えます。最初の4つの部門はゾム・システムを使い、また詳細まで書かれています。後の16の部門は簡単な概略のみなので、他の資料を用いて計画を立ててください。多くのケースで、同時に複数の部門を実施するのが適切です。生徒たち各グループは、一つの部門について、そのすべての課題が完了するまで作業を行います。自分で出した課題を完了した学生は、次の単元に移ることができます。

生徒たちに、完了するのに数か月かかるプロジェクトを始めようとしていることを説明します。プロジェクトの期間中は、3~4人のグループに分けられます。各グループは小さな建設会社を形成し、自分の町の小川にかかる橋を構築することで、他の会社と競争します。郡の選定委員会（または政府の団体）が、どの企業が落札するかを選定します。入札の過程には下記の課題を含みます。教室の目立つ場所に、課題の詳細の公示を要求することができます。

- ・委員会へ計画書と橋の図を提出すること
- ・建築基準に沿った、橋のゾム・システムのモデルを委員会へ提示すること
- ・建築部材、人件費、土地を含む全費用の詳細予算を提示すること

### 1. 計画の立案

計算本部は、橋を建築する組に生徒を手配する係です。生徒は、添付の説明書を読み、指示に従わなければなりません。説明書のコピーが各生徒に配布され、また教師には評価の書式として配られます。

### 2. メートル法での測量

（訳補：メートル法とヤード法の定義を調べ、実際にゾム・システムのストラットの長さを測定します。説明書のコピーが各生徒に配布され、また教師には評価の書式として配られます。）

### 3. 建設班募集

計算本部および建設部は、橋の建築を担当する生徒たちの準備として、短期の練習計画を行います。添付の説明書を読み、指示に従わなければなりません。別紙の評価シートは各生徒にコピーして配布されます。

### 4. 縮尺モデルの構築

計算本部は、縮尺の概念のより優れた知識を生徒たちに提供します。添付の説明書を読み、指示に従わなければなりません。説明書のコピーが各生徒に配布され、また教師には評価の書式として配られます。

### 5. タイルを作る

この部門は、対称性と図形の基礎概念を見直すために必要です。

ゾム・システムのレッスン・プランにおけるタイル貼りを推奨します（“タイル貼りに挑戦”、“平面パターン”、“三角形でタイル貼り”、“タイル貼りにおける並進対称性”）。

### 6. 角度

角度の測量を委託する1部門を決めておく必要があります。生徒たちは、直角、鈍角、鋭角をどうやって区別し、構築するかを知る必要があります。

ゾム・システム レッスン・プランにおける“角度”を推奨します（“角度に注意！”）。

### 7. 巨大な三角形

ある部門は、重量と剛性の実験に時間を費やさなければなりません。これらの定められた実験の結果は、

生徒たちに提示され、橋の三角形のトラスに取り入れられる必要があります。トラスは、勿論ゾム・システムで構築することができます（“三角形によるタイル貼りの三次元版”）。

#### 8. ビルのように

いろいろな構造上の特性を取り扱う、全体的な部門が生徒たちには必要です。トラスのような技術的な要素、およびデザインのアイデアや建築の様式に対して、それを適用する必要があります。ほとんどの図書館にこの部門を記した資料があります。

#### 9. 橋の歴史

この部門では、橋のデザインや構造の歴史的発展に焦点をあてます。書籍やビデオ、または博物館を訪れたりして、この歴史的な視野を広げます。この調査は、歴史や文化、芸術とむすびづけることに役立ちます。

#### 10. 橋のデザイン

異なるタイプの橋のデザインや目的を検討する、さらに特別な部門です。ゾム・システムを使い、様々な橋の形を構築します。

#### 11. 土壌サンプル

土壌と地質学の学習は、生徒たちが選んだ場所に適するよう、橋のデザインを適合させるのに役立ちます。この学習は用地への訪問や、実験や参考書で達成できます。

#### 12. 水文学

川の岸と河口の侵食によって、橋はどのように影響を受けるかを定める時に、理論的な水文学は重要です。このテーマを取り扱った、良い本とビデオが市販されています。

#### 13. 川をつくる

実験部門は、水流と侵食を実験します。多くの子ども向け科学館には、この種の展示があり、教室用の装置は水槽や散水ホース、砂や砂利で作ることができます。

#### 14. 地域散策

小川を訪れることにより、建設計画の環境への影響の議論することを促します。また、橋をデザインする際に考慮する必要があるので、地形を書き留めておくといよいでしょう。

#### 15. 新聞記事

高校におけるモデル橋の建築コンテストやそれに関連する記事を読んでおくように伝えます。

#### 16. 講演者

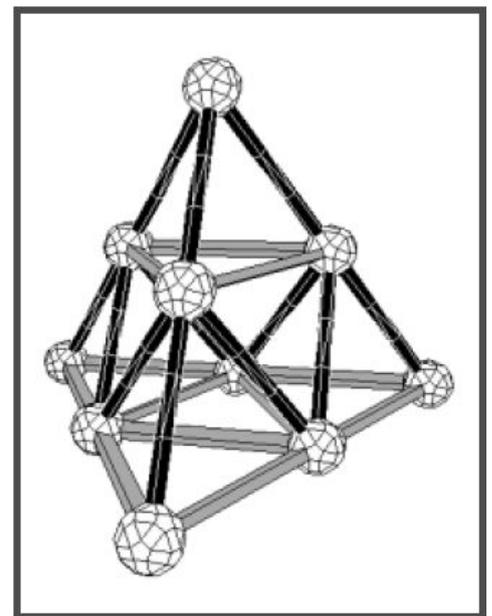
橋の建築に関係する仕事を専門とした会社に勤める、親または専門の人々を連れてくるとよいでしょう。例えば、国家技術者（建築）、地質学者（土壌サンプル）、現場監督（建設計画に関わる）、植物学者（環境への影響）、などです。

#### 17. 職業学校

生徒たちが作っているような建設計画で要求される職業と技能を議論するために、1つの部門を使って

コンテンツと図：©2002 zometool, Inc. All rights reserved.

日本語訳：©2008 株式会社イメージミッション木鏡社 All rights reserved.



おくと便利です。

#### 18. 経費

計画を現実的にするために、計画された費用のコンセプトについて包括的な会議が必要です。従来のテキストに加えて、予算編成や経済学の材料を、様々な企業組織から入手することが可能です。

#### 19. 慎重な報告書

生徒の報告書には、場所の選定の根拠、橋のデザイン、その部門で学んだその他の概念を含めなければなりません。

#### 20. 計画のプレゼンテーション

この最終部門では、生徒たちは口頭で彼らが提案する橋のプレゼンテーションを、“委員会”の審査員（両親、先生、他の生徒）に対して行います。プレゼンテーションでは、選定した場所、橋のデザイン、そして予算について述べなければなりません。要求されるその他の事項としては、グラフ用紙に描かれた詳細な建設計画の展示や、予算のグラフ表示を含みます。

### 評価

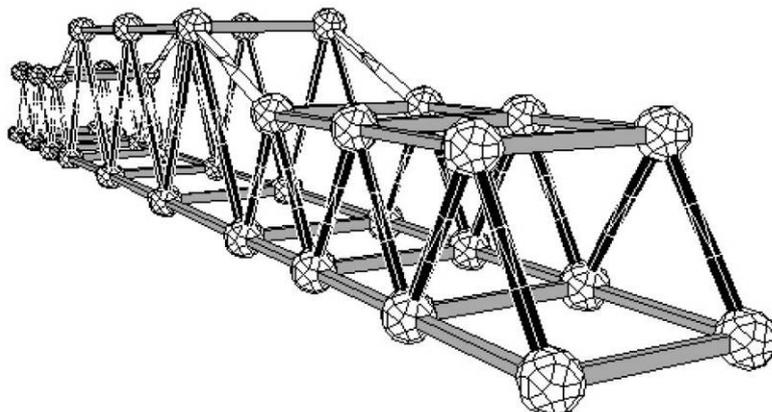
評価は、継続的な生徒の観察、個人およびグループへの問いかけ、プレゼンテーションの評価、報告書、そして各部門において書留めていたノートに基づいて行います。基準を満たす、あるいはそれを上回る達成度は、各部門によって異なります。

### 対応する基準

- \* 探究と応用の方法としての数学的な問題解決に該当する数学的レベル（NCTM レベル 1）
- \* 数学的関連性の探究に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル（NCTM レベル 12）
- \* 測量を使った広範囲に及ぶ具体的経験の数学的レベル（NCTM レベル 13）
- \* 様々な目的において書き話すことを生徒に要求する国語基準
- \* 読む、書く、話す、聞く、見る能力を活用することを生徒に要求する国語基準
- \* 一般的な属性、形、物質の変化およびエネルギーを知り、理解することを生徒に要求する自然科学基準

### 発展学習

数多くの他の事項とのつながりを、この単元は提供します。例えば、建築学のデザインおよび芸術に応用された他の形、都市開発の方針（“住める都市”）、予算組みと予算獲得のより上級な作業、などを含みます。



## 計画の立案

### 必要な材料

10～20 の各ゾム・システムの部品。分度器、定規、グラフ紙。先生より配られた建設計画。

氏名: \_\_\_\_\_ 日付: \_\_\_\_\_

### ステップ 1

1 セットの計画書を選んでください。分度器を使って角度を測り、書き留めてください。グループの全員は同じ結果になりましたか？

### ステップ 2

単純な三次元のゾムの構造物をつくりましょう。

### ステップ 3

グラフ用紙にあなたの構造物の計画書をつくりましょう。角度の大きさを含めなければなりません。計画書にあなたの名前を書くのを忘れないように。

### ステップ 4

計画書を 2 つ以上の色を使って作ってください。

## メートル法での測量

### 必要な材料

数学のテキストと辞書、メートル法の物差し、ヤード・ポンド法の物差し、定規（標準的でメートル法のもの）、ゾム・システムのストラット各 10 本。

氏名: \_\_\_\_\_ 日付: \_\_\_\_\_

### ステップ 1

数学の本で“メートル法”の単語を調べ、定義を書きましょう。

“メートル”の単語を調べ、定義を書きましょう。

“センチメートル”の単語を調べ、定義を書きましょう。

メートルの物差しを試してみましょう。1メートルは何センチですか？

1ヤードの物差しと1メートルの物差しでは、どちらが長いですか？

それはなぜですか？

ゾム・システムのストラットをセンチで測り、それからインチで測りましょう。

センチ(cm.)

インチ(In.)

1. 赤のショート
2. 青のショート
3. 黄のショート
4. 赤のミディアム
5. 青のミディアム
6. 黄のミディアム
7. 赤のロング
8. 青のロング
9. 黄のロング

センチとインチは、お互いにどのように似ていますか？

それらはどのように違いますか？

物差しを再び見てください。センチメートル側の一番小さい測定単位はミリメートル(mm)です。1 センチメートルは何ミリメートルですか？ 1メートルでは？ ゾム・システムのストラットをミリメートルで測って、インチの列の隣に書いてください。どの測定の仕組みが最良だと思いますか？

それはなぜですか？

## ステップ2

二次元（平面）のゾム・システムの形を3つ作ってください。あなたの測定表を使い、それぞれの形の各ストラットをセンチメートルで測ったものを計算してください。各々の形を描いて、それからその下に長さの合計を書いてください。

形 1

\_\_\_\_\_cm

形 2

\_\_\_\_\_cm

形 3

\_\_\_\_\_cm

数学の本で“周囲”の単語を調べ、定義を書きましょう。

それぞれの形の周囲は、インチではどうなるでしょうか？

形 1 \_\_\_\_\_ in.

形 2 \_\_\_\_\_ in.

形 3 \_\_\_\_\_ in.

## 建設班募集

### 必要な材料

半セットのゾム・システム、古い電話帳 3 冊

### 各班への指示

- ・ 3 冊の電話帳を支えられる、最も高い可能な構造物を作ってください。
- ・ 240 万ドルの予算以内に抑えてください。
- ・ すべての実験の、完璧に、正確な記録を残してください。
- ・ 評価シートを完成させてください。

各班は、資材を「ゾム・システム建築売場」から購入してください。

建築資材	費用
ノード	各 1000 ドル
ショート（短い）：	
赤ストラット	各 500 ドル
青ストラット	各 525 ドル
黄ストラット	各 550 ドル
ミディアム（中くらい）：	
赤ストラット	各 1500 ドル
青ストラット	各 2000 ドル
黄ストラット	各 2500 ドル
ロング（長い）：	
赤ストラット	各 3000 ドル
青ストラット	各 3500 ドル
黄ストラット	各 4000 ドル

## 募集した建設班の評価シート

(個人で行なうこと)

氏名: \_\_\_\_\_ 日付: \_\_\_\_\_

1. この部署で作業をしている時に、構造に関して何を学びましたか？
2. この部署で作業をしている時に、予算に関して何を学びましたか？
3. あなたが他の授業で学んだことと、この予算はどう似ていますか？
4. あなたが他の授業で学んだことと、この予算はどう違いますか？
5. もし仮にこの課題をもう一度行うとしたら、何を変えて行うでしょうか？
6. もし仮にこの課題をもう一度行うとしたら、何を同じように行うでしょうか？
7. 1 から 5 段階で 5 が最高とすると、あなたのグループは一緒に作業してどうでしたか？
8. なぜあなたはその評価にしましたか？

## 縮尺モデルの構築

### 必要な材料

青ストラット各 10 から 20 本、ノード 40 から 60 個、マスキングテープ、巻尺（メジャー）

氏名: \_\_\_\_\_ 日付: \_\_\_\_\_

### ステップ 1

物差し of インチ側を使って、すべての青ストラットの長さを測りましょう。

青のショートストラット \_\_\_\_\_ in. 青のミディアムストラット \_\_\_\_\_ in.  
青のロングストラット \_\_\_\_\_ in.

### ステップ 2

インチをフィートに変換しましょう。目盛りの 1 は 1 フィートを意味します。

青のショートストラット \_\_\_\_\_ ft. 青のミディアムストラット \_\_\_\_\_ ft.  
青のロングストラット \_\_\_\_\_ ft.

### ステップ 3

巻尺を使って、フィートの目盛りをつけます。マスキングテープを持って、床にフィートの目盛りに目印を付けましょう。ゴム・システムをテープ横の床に置きます。

何が観察できますか？

双方で何が同じですか？

何が違いますか？

### ステップ 4 ボーナス

青ストラットを使って、簡単な構造物を作りましょう。グラフ用紙に構造物を描き、インチとフィートの両方で寸法を書き込みましょう。

## ゾム・システム 卸 価格表

材料

土地（ボール紙）	\$500,000
建築部材（全色）	
ショートストラット	\$10,000 /5 本
ミディアムストラット	\$15,000 /3 本
ロングストラット	\$25,000 /3 本
溶接部材（ノード）	各\$250
建設計画用紙（グラフ用紙 4 枚）	\$25,000
追加グラフ紙	\$10,000/枚

サービス:

会計監査サービス	\$2,000
紛争管理	\$5,000

罰金

あなたの会社は、次の違反のいずれにおいても罰金が科せられます。

- ・ 他社を妨害する \$400
- ・ 建設現場を散らかして放置する \$550
- ・ 他社の建築中の橋に触れる \$1,000

## 数学 中級コンセプト

### ➤ オイラーの多面体公式

#### 授業の目的

オイラーの多面体の公式を発見し、それはどのような凸多面体にも適合することを証明できるようになる。

#### 既習事項

5つのプラトン立体を含む、異なる多面体を構築し、識別できる能力(“二次元と三次元のかたちの命名”、“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”)。

#### 必要な時間

45~60分の授業を1、2回

#### 必要な材料

- 20~30人の生徒に対して、クリエイター・キット2個
- ジャガイモ または 発砲スチロールのかけら
- ナイフ

#### 手順

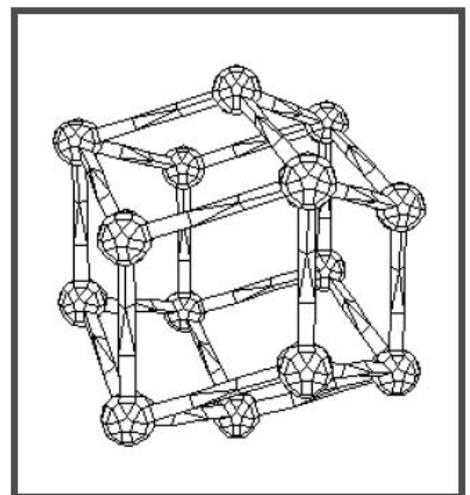
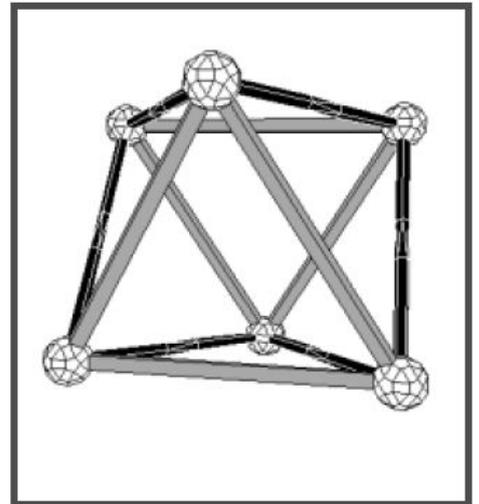
多面体について生徒たちが何を知っているか、簡単な復習から授業を始めましょう。

**多面体または立体とは何でしょう？ どのように名前付けされていますか？ プラトンの立体の名前を言える人はいますか？ それはいくつありますか？ その他の立体の名前を言える人はいますか？**

下表の立体名を黒板に書き出しましょう。(書き出した)多面体のいずれにも、面、辺、頂点の数の間に関係があることを生徒に提言します。

**この関係を見つけるためにどうしたら良いでしょうか？**

3から5人のグループに分けましょう。目標は公式を見つけることです。黒板に書かれたリストから、各モデルを1つずつ作ることから始めます。リストにあるすべての立体の名前を算数ノートに書き写し、作った形について面、辺、頂点の数を数え、表を作ります。



表が完成すると次のようになります。

	面	辺	頂点
四面体	4	6	4
八面体	8	12	6
六面体	6	12	8
二十面体	20	30	12
十二面体	12	30	20
三角柱	5	9	6
五角柱	7	15	10
五角錐	6	10	6

各々の形の辺、面、頂点の数の間の関係に、あるパターンを見つけるまで議論を続けます。どの立体についても同じ形になる公式を見つけるまで、様々な組み合わせで数を足したり引いたりしてみましょう。彼らが正しい公式を導き出したら、それを黒板に書きましょう。

$$\text{Faces (面)} + \text{Corners (頂点)} = \text{Edges (辺)} + 2$$

$$F + C = E + 2$$

または  $F + C - E = 2$

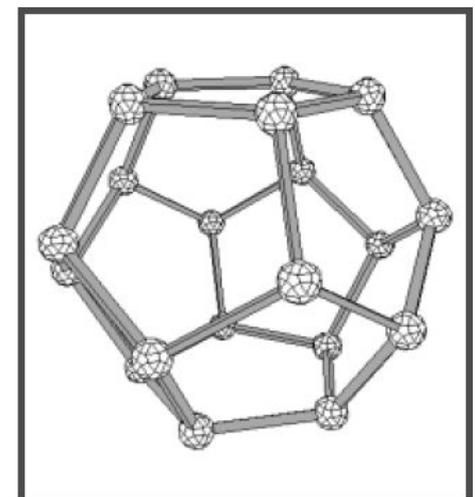
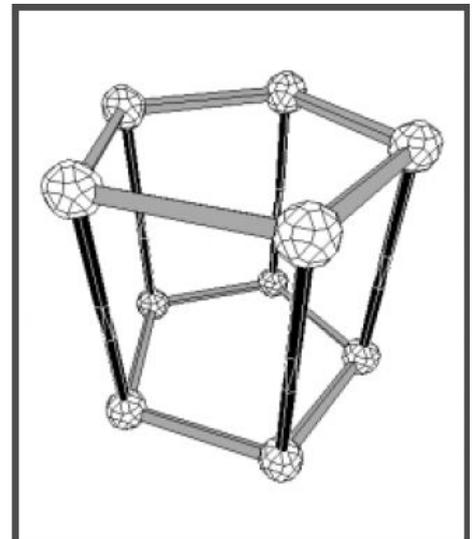
スイスの数学者レオンハルト・オイラーが 1752 年にこの関係を発見し、後にこの数式は”オイラーの公式”(Euler は”オイラー”と発音します)と名付けられました。数式はどのような凸多面体にも、正多面体であってもなくても、適合することをオイラーは証明しました。

時間があれば、ジャガイモ(または発砲スチロールのかけら)とナイフを使って、この公式のデモンストレーションをしてみましょう。ランダムな面を持った多面体ができるまで、ジャガイモをスライスします。数えた印としてマーカーを使いながら、面、辺、頂点を数えます。黒板で、これらの数の合計がオイラーの公式に合致することを証明します。または、生徒たちにいくつかの非正多面体を作らせて、公式が有効であることを確認させても良いでしょう。

**この公式が役に立つ場合を思いつく人はいますか?** 例えば、もし建築家がドームの柱と接続部の数を知っていれば、彼または彼女はドームを作るのに必要なパネルの数を予測できます。

## 評価

算数ノートの表と公式を評価します。表に載っている、多面体を作成して、構成部品を数えて、一般公式を構築することができれば、合格です。正確にオイラーの公式を言葉で表すことができれば、基準レベル以上です。

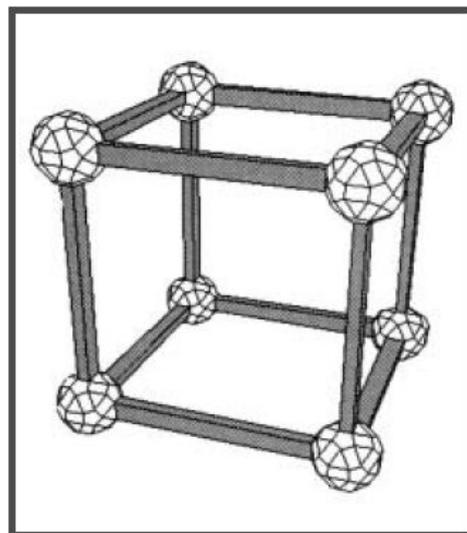


### 対応する基準

- \* 数学的問題の解決方法論としての探究や応用の数学的レベル (NCTM レベル 1)
- \* コミュニケーションの手段としての数学レベル (NCTM レベル 2)
- \* 理由付けとしての数学的問題解決の数学レベル (NCTM レベル 3)
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

### 発展学習の可能性

引き続き多面体の探究 (“アルキメデスの立体”、そしてゾムマニュアルの 4, 5, 6 及び 8 の解説)。数学的公式のために証明を組み立てる議論。



## 数学/生物学 中級コンセプト

### ➤ 楽しいフィボナッチ

#### 授業の目的

フィボナッチ数列を、植物の対称形において発見し、学習する。

#### 既習事項

幾何学と自然界の物体における、対称線の経験（“鏡映対称性とは何か？”、“多重鏡映対称性”、“回転対称性”）。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1回

#### 必要な材料

- クリエイター・キット x 1個
- 松ぼっくり 数個
- パイナップル x 1
- カリフラワー x 1
- アーティチョーク（チョウセンアザミ） x 1
- 異なる種類とサイズのヒマワリ 数種類
- 自然界におけるフィボナッチ数列のポスターまたは他の展示品（資料ページ参照）

#### 手順

3～4人のグループに分け、ゾム・システムのピースを配ります。対称形、ゾム・システムの幾何学、自然界の数字に関する短いレビューを行います。

**ゾム・システムのノードにある3つの形とは何でしょうか？ これらの形は何の数字を表していますか？ 自然界では、2、3、5という数字をどこで見ますか？ 植物にはどのような対称性がありますか？**

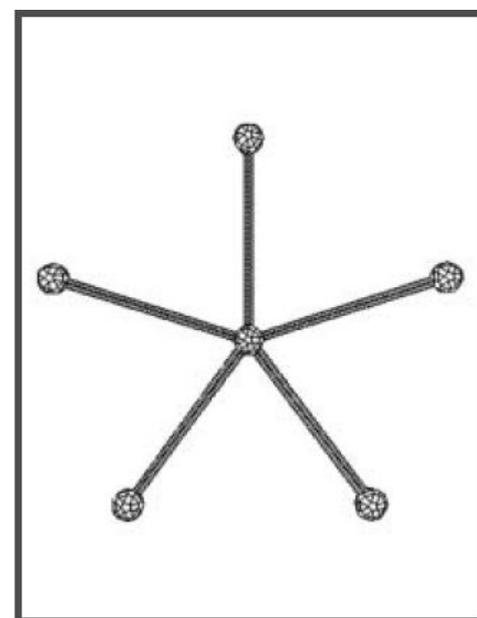
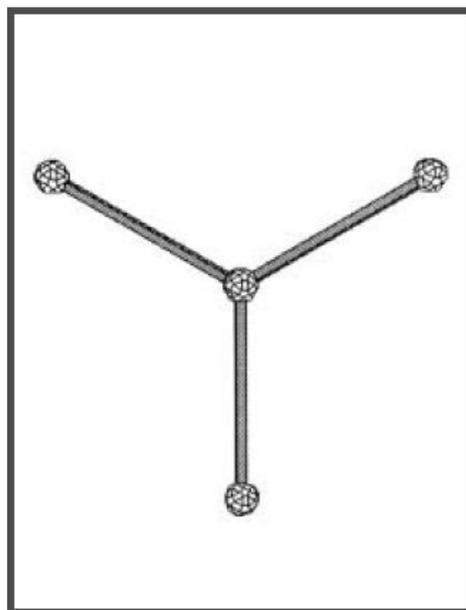
もし授業でそれらをリストに書き出さなければ、いくつかの例を挙げます。3回の回転対称性は、緑ピーマン、クローバー、アヤメ、バナナ。5回の回転対称性は、リンゴ、アサガオそして多くの種類の花。2回の回転対称性は、アーモンドやクルミに。いくつかの単純な立体を作らせ、それらにいくつかの対称線があるかを見せましょう。

今回の授業では、自然界の物体に他の数があるだろうか、と質問します。果物や野菜のサンプルを生徒に配り、どこに数が現われているかを見つける時間を少し与えます。

**植物のらせんを見ていると、何が見えるでしょうか？ らせんは時計回り、それとも反時計回りですか？ 各自の植物のサンプルには、時計回りのらせんはいくつありますか？**

サンプルの種類、時計回りのらせんの数、反時計回りのらせんの数の図表をチームで作らせましょう。

**反時計回りのらせんはいくつありますか？**



最初のらせんを二重にカウントしないように注意します。ピンやマーカーを使って、数え始めたらせんに目印をつけます。

**らせんは双方向で等しいですか？ らせんの一つは他と比べてきゅうくつになっていますか？**

見つけたらせんの数を順に、リストに書き出させます。**数の列にどんなパターンが現れますか？**

加法的な自然の連続を発見するための時間を与えましょう。

2, 3, 5 の数字を黒板に書きます。これらの数は、**お互いどのような関係になっていますか？ 1つの数を作るのに、お互いがどのように使われていますか？** (2+3=5) **数列の中で次の数字は何になりますか？** (3+5=8)

数列の全部を導き出すまで質問を繰り返します。: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

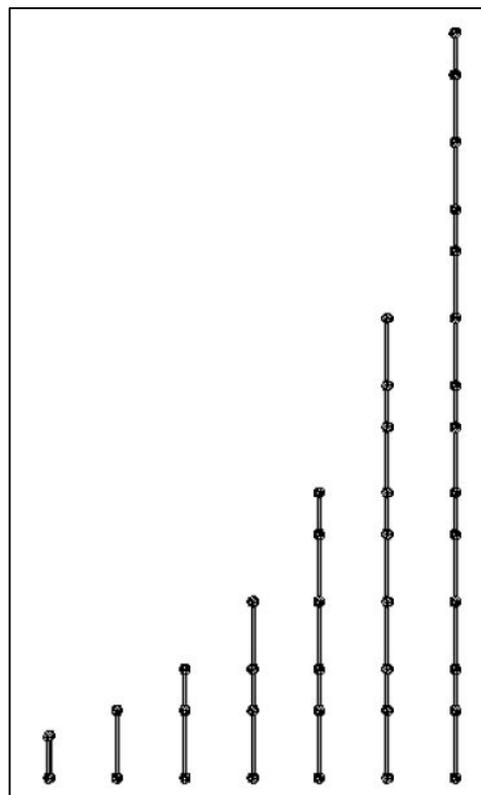
**連続したこれらの数字は、植物のらせんで見つけた数字と比較してどうですか？ 類似点はありますか？**

フィボナッチ数列として知られるこの数列は、12世紀終わりにイタリアの数学者、ピサのレオナルド・フィボナッチによって発見されました。彼はこの数列を書いた最初の人物でしたが、これらの数字が植物に現われているとは思っていませんでした。

ゾム・システムに1色で3つの長さがあることに着目すると、この数列がここにも同じように登場することに気付くでしょう。

**1色の3つの長さは、フィボナッチ数列とどのように似ていますでしょうか？**

2つの関連があります。第一に、ショートとミディアムストラットを互いにつなげると、正確にロングストラットと同じ長さになります。第二に、各ストラットは同じような倍数で一つ前のものより大きくなります。自然界でのフィボナッチ数列の現れを追加で見せて、授業を終わります。ポスターやいろいろな演習の本が役立ちます。



0	1	1	2	3	5	8	13	21
34	55	89	144	233	377			
610	987	1597	2584	....				

## 評価

個人の算数ノートのほかに、グループで作った表も点検します。植物サンプルの対称の数を提示できていれば、合格です。表の数字とフィボナッチ数列との関連を記述することができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 数字と数字の関数に該当する数学的レベル (NCTM レベル 5)
- \* 数のシステムと数の理論に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)
- \* パターンと機能に該当する数学的レベル (NCTM レベル 8)
- \* 様々な状況での一、二、三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

## 発展学習の可能性

フィボナッチ数列のさらなる作業および黄金分割の探究 (ゾム・システム・マニュアルの 10 ページ、“ $\tau$ を探せ ( $\tau$ =黄金比) ”、ゾム・システム・マニュアルの 20 ページ、“フィボナッチ数と黄金分割”、ゾム・システム・マニュアルの 21 から 23 ページ、“相似と黄金分割”)。

## 数学 中級コンセプト

### ➤ フィボナッチ数と黄金分割

#### 授業の目的

フィボナッチ数の加法的な特性と、黄金分割の加法的な特性との間の関係を調べ、これら2つの間の関連性を発見する。

#### 既習事項

フィボナッチ数列の作業の経験（“多重鏡映対称性”、“楽しいフィボナッチ”、ゾム・システム・マニュアルの10ページ）。黄金分割の特性の基礎知識（“ $\tau$ を探せ（ $\tau$ =黄金比）”、ゾム・システム・マニュアルの20ページ）。

#### 必要な時間

45～60分の授業を1～2回

#### 必要な材料

- 25～30人の生徒に対して、クリエイター・キット2個
- グラフ用紙
- 電卓（5人に1つ）

#### 手順

5人ずつのグループに分け、ゾム・システムのノードと、1色につき3つすべての長さのストラットをいくつかずつ各グループに配ります。“ $\tau$ を探せ（ $\tau$ =黄金比）”の授業から、等比数列の概念を復習します。この黄金分割の数列では、連続した前2つの項を加算すると、次の項になります。

**手元のストラットの長さではどのようにこれを証明できますか？**

（ストラットの）長さについて、数列ができるかどうか、数分間グループに試してもらいます。ロングストラットの長さ、ショートおよびミディアムを足したものと比較することで、この数列が始まることを証明できます（ショートストラット+ミディアムストラット=ロングストラット）。

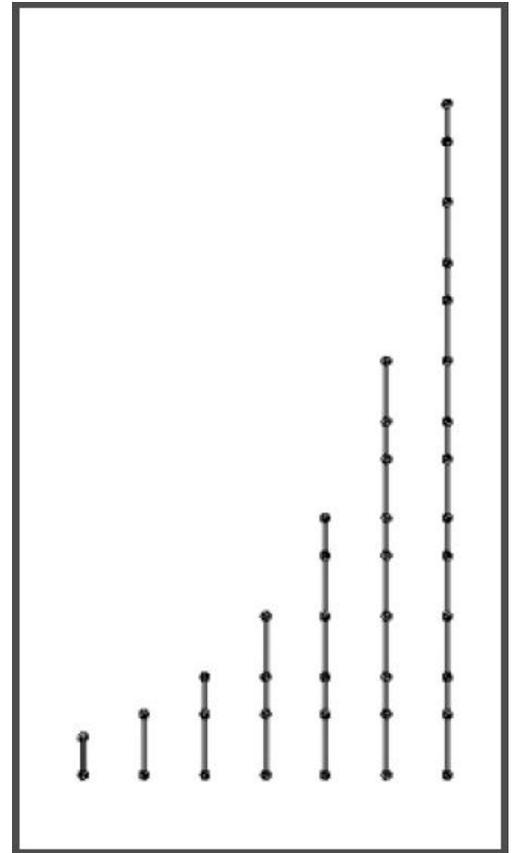
**この数列の次の段階はどうなるでしょうか？**

“ $\tau$ を探せ（ $\tau$ =黄金比）”の授業で、黄金分割においては $x+1=x^2$ であり、それは $\tau^2=\tau+1$ であることを学びました。

加算ルールによって数列を続けて書かせます。**この数列を発展させるパターンは何でしょう？** このパターンの名前はフィボナッチ数列といいます。**これらの数は黄金分割とどう関係していますか？ 発展の仕方に似ている点がありますか？ この数列は黄金分割とどう違いますか？ どちらが整数を含んでいますか？ 黄金分割は、どのような種類の数を含んでいますか？**

もし、前の2つの値を加算して3つ目の値を作る方法で、2つの数列が関係しているとしたら、隣同士の数の比に関係があります。数列が大きくなるにつれて隣同士の数の比の値に何が起きているかを、グラフ用紙と電卓を使って見つけられるか、生徒たちに尋ねます。再びグループに、グラフ上で関係を調べる時間を数分与えます。

関係を見せる最もわかりやすい方法は、黒板にグラフを描き、そしてx軸の上に水平線として、 $\tau$ （1.6180339...）の値を示すことです。隣同士のフィボナッチ数の比を、次々とグラフ上に印づけさせ



まず。そうすると、最初の比は  $1/1=1$ 、二番目は  $2/1=2$ 、三番目は  $3/2=1.5$ 、四番目は  $5/3=1.666\dots$ 、 $8/5=1.6$ 、 $13/8=1.625$  のようになります。黄金分割の値の上下に、比の値がどのように上下に変化するかわかるでしょう。この比は  $\tau$  の正確な値にどんどん収束し、これらの数列の関係が明確になってきます。

### 評価

個人の算数ノートに加えて、グループで作ったグラフを点検します。ゾム・システムのストラットの黄金分割、そしてフィボナッチ数列の間に、類似した加法の特性があることを示すことができること、また、フィボナッチ数列と黄金比が、前者は整数で構成され、後者は無理数でできているという点で異なるということに、気づくことができれば、合格です。隣り合うフィボナッチ数の比が、どのように黄金分割に収束しているかがわかるように、それらのグラフを示すことができれば、基準レベル以上です。

### 対応する基準

- \* 数字と数字の關係に該当する数学的レベル (NCTM レベル 5)
- \* 数のシステムと数の理論に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)
- \* パターンと機能に該当する数学的レベル (NCTM レベル 8)

### 発展学習の可能性

より進歩したタウの表記の探究 (ゾム・システム・マニュアルの 21 から 23 ページ、“相似と黄金分割”)。

## 数学/哲学 上級コンセプト

### ➤ アルキメデスの立体

#### 授業の目的

半正多面体もしくはアルキメデスの立体について調べる。そのような立体がいくつ存在するかを調べる。それらはゾム・システムで作ることができ、実際にその全体のうちの一つを作ってみる。

#### 既習事項

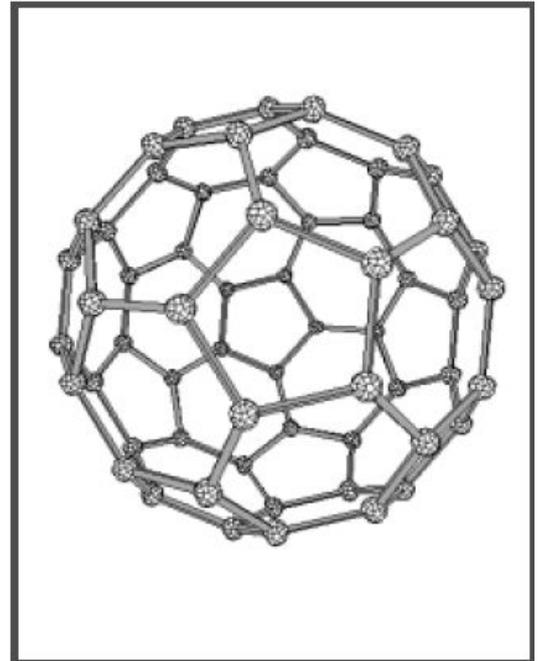
基本的な多角形の知識（“幾何学的なかたち”）、および二次元に対しての三次元図形（“二次元と三次元のかたち”）を定義できる能力。幾何学の立体を作った経験（“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”、“二次元と三次元の星形”）。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 2 回

#### 必要な材料

- 25～30 人の生徒に対して、クリエイター・キット 2、3 個。または 2 個のキットに青ストラットをバラで追加
- グリーンライン・キット x 4 から 6 個（可能であれば）
- “資料”の章の、紙で作っておいた多角形
- 各グループに ハサミ x 1
- 各グループに セロハンテープ x 1



#### 手順

授業の前に紙の正多角形をたくさん準備しておきます。簡単に作るためには、資料の章の形を 200～300%に拡大コピーして切り取ります。少し厚めのカード用紙にコピーするか、あるいはコピーしたものを貼り付けておくと、作業が簡単になります。

#### 多角形の辺の角度

三角形	60°
四角形	90°
五角形	108°
六角形	120°
八角形	135°
十角形	144°

多面体の簡単な復習から授業を始めます。

**多面体は常に多角形でできていますか？ 多面体はどのように名づけられていますか？ 正多面体、またはプラトンの立体とは何でしょう？**（すべての面、辺の長さ、角度が等しいの凸型立体） **そのような形はいくつ存在するでしょう？**（5） **それらはどの多角形でできていますか？ それらは何と呼ばれますか？**

この授業では、多面体の別の仲間である、半正多面体またはアルキメデスの立体を学びます。

**なぜ半正多面体と呼ばれるのでしょうか？**（1種類以上の正多角形からでき、同じような頂点を持つ）

クラスを3から4人のグループに分け、ゾム・システムのパーツとはさみ、テープ、厚紙で作った多角形を配ります。グループでの作業は、厚紙の多角形とゾム・システムを使って、半正多面体がいくつあるかを見つけることです。**そのような立体がどのように組み立てられると考えるべきでしょうか？ 数は限られますか、または数の組み合わせがありますか？** 算数ノートに予測を書かせましょう。どのようにしたら調べられるか、方法をいくつか話し合ってもらいます。

青ストラットだけで作ることのできるかたち

（訳注：以下の組み合わせは、頂点のまわりに集まる多角形の組みを表わす。）

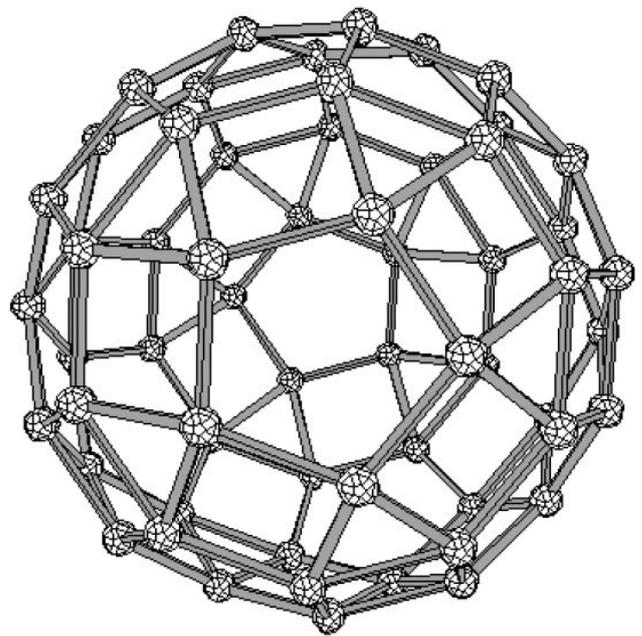
五角形×1、六角形×2  
五角形×2、三角形×2  
十角形×2、三角形×1  
五角形×2、三角形×2  
五角形×1、四角形×2、三角形×1

緑ストラットが必要なかたち

六角形×1、三角形×1  
四角形×2、三角形×2  
四角形×3、三角形×1  
六角形×2、四角形×1  
八角形×1、四角形×1、六角形×1

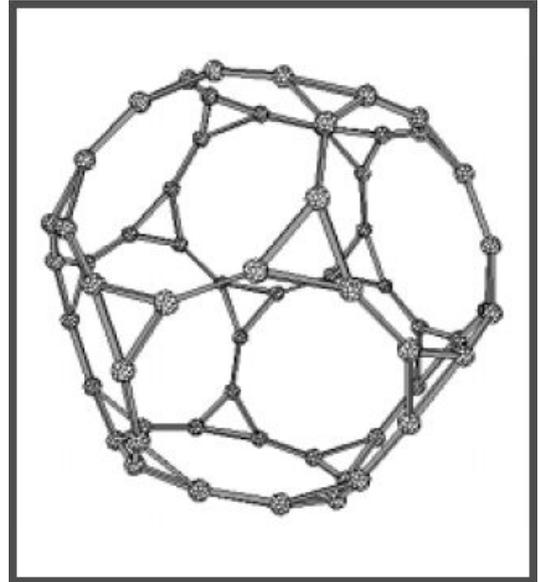
ゾム・システムでは作ることのできないかたち

四角形×1、三角形×4  
五角形×1、三角形×4



1つの方法は、多面体の頂点をつくるのに、多角形をぴったり合わせる違った方法がいくつかあるか、最初に調べることです。

等しい正多角体で作られるかたちは、5つのプラトン立体または正多面体となることを、生徒たちは覚えておく必要があります。“正規の”かたちとなるには、隣接する面の角度の合計は $360^\circ$ 未満でなければなりません。グループは、ゾム・システムのピースを使って見付けられる、できる限り多くの異なったかたちを作ってみます。また、厚紙で作った多角体を互いにくっつけることで、追試することもできます。25~30分の時間を調査に与えます。グループは算数ノートに、見つけたすべてのことを書き込みます。



クラス全体を通して、作ったかたちを見てまわります。  
**13個の可能なかたちのうち、グループはいくつ見つけることができましたか？ 青ストラットでいくつ作ることができましたか？ 緑ストラットはいくつ必要となりましたか？**

13のかたちは下表に記載してあります。6種類の頂点、すなわち6種類の立体は、補充の緑ストラットを必要とします。2つの立体はゾム・システムではつくることができず、紙の多面体でつくらなければなりません。

グループの次の作業は、ゾム・システムでつくることができるかたちの1つを選び、完全な立体のモデルをつくることです。この立体の名前と構造を学習し、クラスに発表します。下表を黒板に書くか、印刷物として生徒たちに配ります。

**立体における異なる多面体の数について、何に気がきますか？ どの数が繰り返されていますか？ 異なる多面体の数は、正規のプラトン立体と、どのように関係していますか？**

リストにある立体は、ギリシャの数学者であり哲学者であるアルキメデス (c.287-212 BC) によって、最初に説明されました。アルキメデスの立体は、自然界には一般に存在しません。しかし、切頂二十面体はC60炭素分子、または“バッキーボール”の形です。テキサスのライス大学のロバート・カールとリチャード・スモーリーと、イギリスのサセックス大学のハロルド・クロトーは、この分子の発見によって1996年のノーベル化学賞を受賞しました。

生徒たちが作ったモデルにオイラーの公式をあてはめてみることも、面白いでしょう。

立体の面の名前

立方八面体	四角形 x 6、三角形 x 8
大菱形十二・二十面体	十角形 x 12、六角形 x 20、四角形 x 30
大菱形立方八面体	八角形 x 6、六角形 x 8、四角形 x 12
二十・十二面体	五角形 x 12、三角形 x 20
小菱形二十・十二面体	五角形 x 12、三角形 x 20、四角形 x 30
小菱形立方八面体	四角形 x 18、三角形 x 8
ねじれ立方体	四角形 x 6、三角形 x 32
ねじれ十二面体	五角形 x 12、三角形 x 80
切頂立方体	八角形 x 6、三角形 x 8
切頂十二面体	十角形 x 12、三角形 x 20
切頂二十面体	五角形 x 12、六角形 x 20
切頂八面体	四角形 x 6、六角形 x 8
切頂四面体	六角形 x 4、三角形 x 4

**評価**

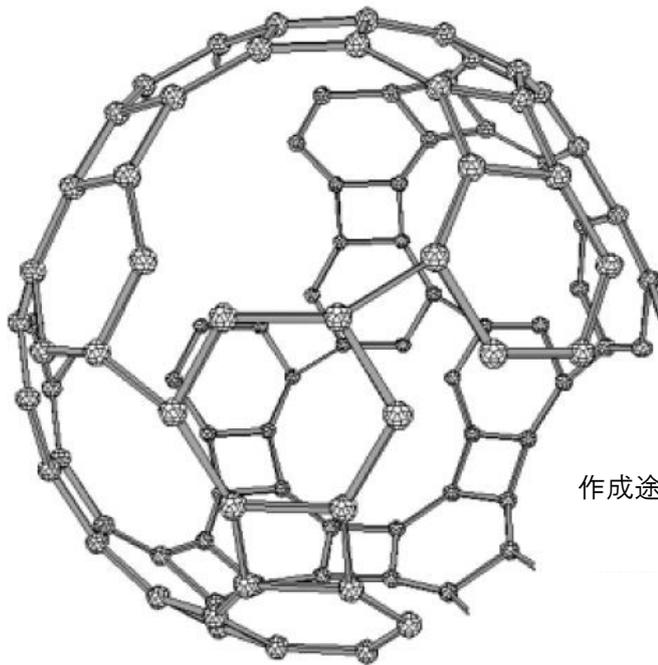
生徒たちが立体をつくり、発見をノートに書きとめるところを観察しましょう。算数ノートを点検し、ゾム・システムの要素または厚紙でつくった多角体を使って、少なくとも5つのかたちを完成させることができれば、合格です。可能な13個すべてを識別し、ゾム・システムでいくつ作れるかが決められたら、基準レベル以上です。

**対応する基準**

\* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)

**発展学習の可能性**

更なる多面体の探究(ゾムマニュアルの4, 5, 6及び8の解説)。三次元タイル貼りの更なる作業(“三角形によるタイル貼りの三次元版”、“ミツバチの巣”)



作成途中の大菱形十二・二十面体

## 数学 上級コンセプト

### ➤ ミツバチの巣

#### 授業の目的

この学習では、どうしてミツバチの巣の形が、三次元の空間を幾何学的に最充填できるのかを学ぶ。

#### 既習事項

基本的な多角形の知識、“幾何学的なかたち”と、二次元と三次元のかたちの違いを定義づける能力(“二次元と三次元のかたち”)。多面体を作り、その名前を言える力(“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”、“二次元と三次元のかたちの命名”)。

#### 必要な時間

45～60 分の授業を 2 回

#### 必要な材料

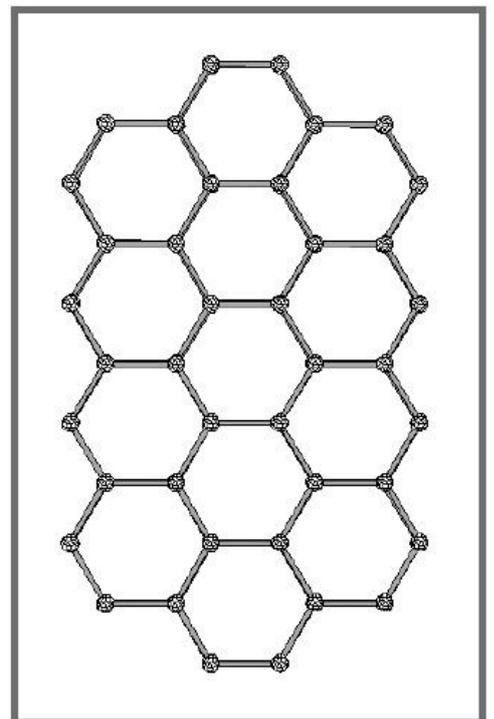
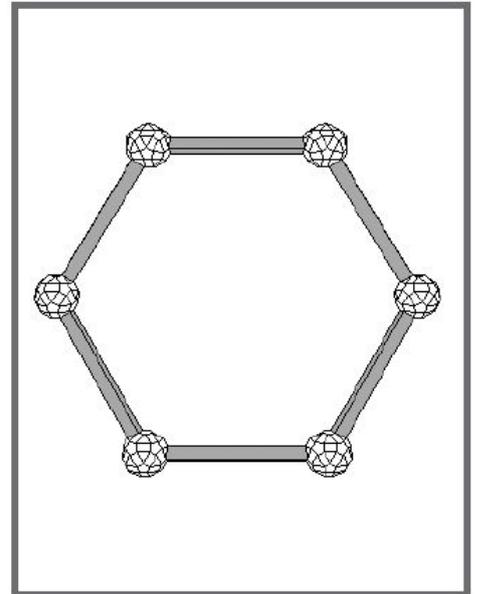
- クリエイター・キットを 3 個。または、クリエイター・キットを 2 個と黄ストラットを 2 袋
- 1 セントのコインを、各グループに 50 セントほど
- ピンポンの玉を、各グループに 10 個ほど
- 厚紙をダイヤモンド型に切り取ったもの。資料のページ参照
- ハサミ、テープを各グループに 1 個ずつ
- 多目的の糊 (各グループに 1 個)
- 本物のミツバチの巣 (可能であれば、各グループに 1 個)

#### 手順

ミツバチの巣について話し合うことから導入します。ミツバチは、どのような形に巣を作りますか？ どうして、どのミツバチもこの形の巣を作るのか、知っている人はいますか？ 自然界の構造が持つ効率について話し合うように導きます。自然が形を構築したり、経路を作ったりという課題に取り組むとき、エネルギーの無駄遣いをすることがあるのでしょうか？ 自然がエネルギーを節約し、最大効率を達成している例を、できるだけたくさん挙げてもらいます。もし何もあがってこなければ、シャボン玉の表面や、種子の充填、冬眠、川の流れ、岩や鉱物の結晶、体温をコントロールするうさぎの大きな耳などの例を挙げてみましょう。

**ミツバチの巣の目的は何でしょうか？** 目的は 2 つあり、繁殖する働きバチを孵化する部屋をつくることと、冬をしのぐための食料となる蜂蜜を蓄えることです。ですから、利用できるスペースを最大限に使うことは、うなずけます。

**この形はどのような空間を作りますか？ 各部屋は、いくつの部屋に接触しなければなりませんか？ 並べ方を発見する良い方法は、何ですか？** 1 セントコインを各グループに配り、別の空間の組み合わせを実験してもらいます。**重なることなく、お互いに接触できる最大の数はいくつですか？ 最小値は**



いくつでしょう？ 1セントコインは、どのような形の中に、重なることなく最大数を収めることができますか？ コインとコインの間隙を取り除いて多角形の敷きつめにするためには、どのような線を引けばよいですか？ 各グループが、最大効率の格子（多角形の敷きつめ）を発見したら、それをゾム・システムで作ってみます。これは、六角形の充填構造と呼ばれます。

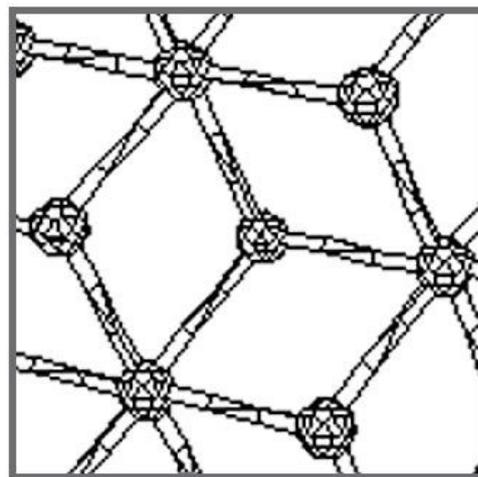
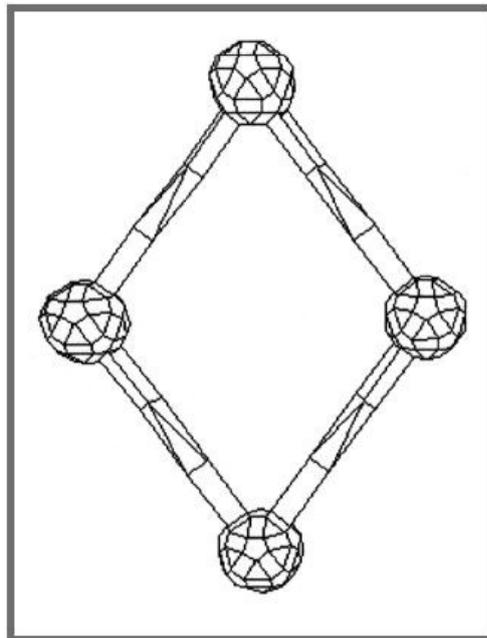
ミツバチは、三次元空間に住んでいます。ピンポン玉と糊を使って、この練習を繰り返します。どのようにしたら、最小の数のピンポン玉に接触することができ、または、最大の数に接触することができますか？ 三次元の場合では、隣接するボール（一番近いボール）の数を数えます。そうするためには、まず一つのボールに着目し、その中心の球にいくつの球を接着できるかを数えます。別の方法としては、二次元で最も密に球をつめて接着し、その上に、同じように密につめた層を積み重ねて糊付けします。糊が乾いたら、その下の層にも球体を一番近くに充填していきます。

1セントコインで試した六角形の構造を、三次元にはどのように応用できるでしょうか？ コインとコインが接触する点を通る線の代わりに、ピンポン玉の接触する点を通るように、面を置きます。

これは、どのような形になるのでしょうか？ こうやってできる形を描いてみることはできますか？ それは、どのように見えますか？ もし視覚化できなければ、ひし型をコピーした厚紙を使ってみます。形を切り抜き、合わせてみます。この形は、12の等しい菱形の面を持ち、菱形十二面体と呼ばれます。この形は、それと同じ形を集めて空間を埋めることができます。各グループで、ゾム・システムで菱形十二面体を作ってみましょう。この形は、ミツバチの巣とどのような関係があるのでしょうか？

ミツバチの巣をいくつかに分けて、各グループに配ります。巣の一番下の面はどのように見えますか？ その反対側はどうでしょうか？ ミツバチの巣は、六角形だけで構成されていますか？ 巣の底面は、3つの等しい菱形に分けることができ、それが一定の角度で集まっているということを話し合います。それを、菱形十二面体と比較します。このふたつは、どんなところが似通っていますか？ この菱形は、 $1:\sqrt{2}$ の比の長さをもつ対角線をもっています。どのようにしたら、ゾム・システムを使ってミツバチの巣ができるでしょうか？ どうしたら、菱形十二面体からミツバチの巣に変えることができるでしょうか？ 黄色の短いストラットと長いストラットを使って、菱形十二面体の頂点から延長した、ひし型の三つ組みのついた長い六角形の柱を形成する、ということに気づくまで、時間を与えます。三つ組みの菱形は、ひとつの端では取り除かなければなりません。これらのいくつかの柱が一体となって、ミツバチの巣状の形を形成します。

この反対側は、どうやって作るのでしょうか？ 実際のミツバチの巣を観察すると、2本の柱が、それぞれ両側を形成し、底と底で一緒になっているのがわかります。部屋の反対側を合わせるには、どうしたらいいでしょう？ 一方の側の柱の位置は、反対側ではどのようになっているのでしょうか？ どのように関連付けられますか？ 実際のミツバチの巣では、1インチ角（約2.5cm角）にいくつのミツバチの部屋が入りますか？ 授業の締めくくりとして、ミツバチの巣が、三次元の空間を充填するシステ



ムとして効率の良いものであることを確認します。

### 評価

グループ別に作業しているときに見てまわり質問をします。算数ノートを点検します。

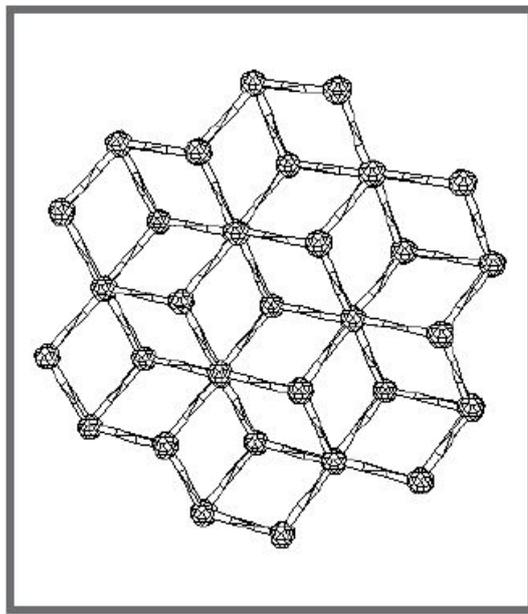
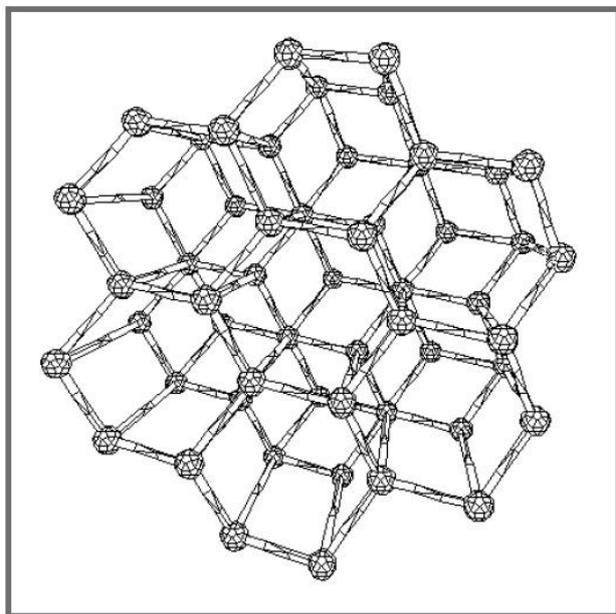
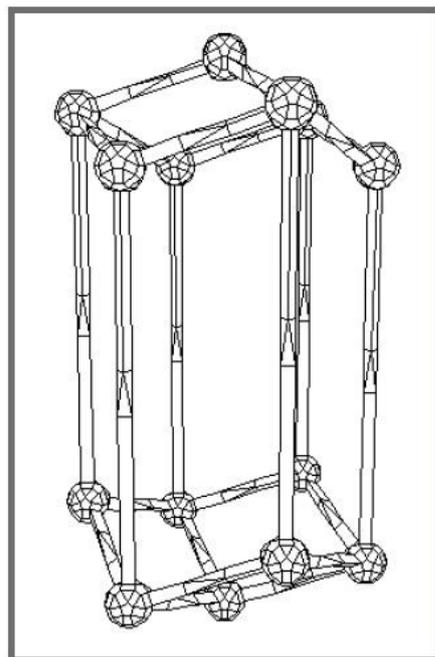
二次元と三次元の空間を充填するのに一番効率の良い形はどれかを見分けることができれば、合格です。ゾム・システムでミツバチの巣を作ることができ、どうしてその構造が、ミツバチの必要条件を満たしているのか、その法則を言葉で言い表すことができれば基準以上です。

### 対応する基準

- \* 生物の構造、自然界に於けるエネルギーの使い方、動物の生態に関連した科学のレベル
- \* 問題解決の発展学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 1)
- \* 二次元と三次元の幾何学に関する発展学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 7)

### 発展学習の可能性

多面体の形を更に学習する (“アルキメデスの立体”、ゾム・システム・マニュアルのコンストラクション 4,5,6 と 8)。



数学 上級コンセプト

➤ 相似と黄金分割

**授業の目的**

黄金比に含まれている代数の関係が、相似と呼ばれている幾何学上の関係に直接どのように由来するかを学ぶ。

**既習事項**

二次方程式の知識。黄金比の多少の予備知識（" $\tau$ を探せ（ $\tau$ =黄金比）"）。

**必要な時間**

45～60 分の授業を 2 回

**必要な教材**

- 25～30 名の生徒に対して、クリエイター・キットを 1 個

**手順**

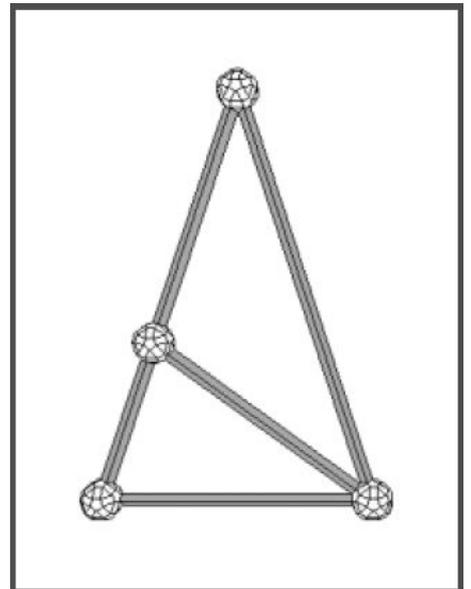
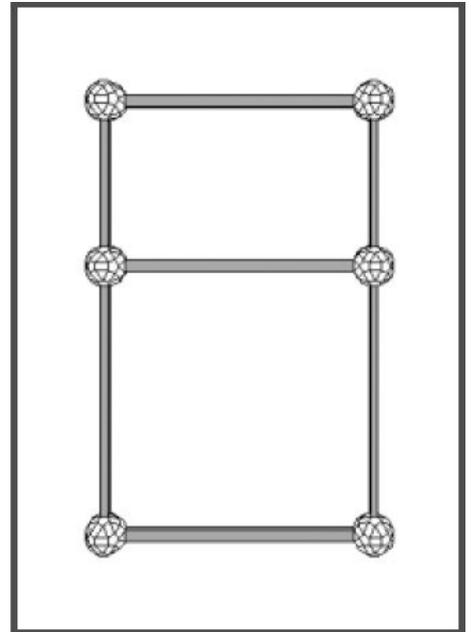
授業の前に、図で示した二つの形を黒板に描いておきます。三角形の角度は、108 度のみを書いてください。授業が始まったら、この二つの図は、相似の概念を使って代数的に黄金分割から説明することができることを説明します。まず、黒板の形に注目してもらいます。

**この形は何ですか？ どのように分割されていますか？ それぞれの形と分割には、何か関連がありますか？** 二人一組になって、ゾム・システムの青ストラットを使って、この図形を作ります。紙の上に三角形を描き、辺と角度に数字のラベルをつけます。分割された長いほうの長さを  $x$  とし、短いほうを  $1$  とすると、反対側は、論理的にラベルをつけることとなります。数分かけてこの作業を行い、全体で推論します。

まず、与えられた情報から、分割された一辺の全体の長さは、 $X+1$  で、反対側の長い辺は、 $X+1$  となります。二等辺三角形の等しい二辺だからです。

上の三角形も二等辺三角形なので、内側の線も、分割された上側の長さと同じになります。その長さは、 $X$  となります。最後に、底辺は、内側の線と同じでなければなりません。下の三角形も二等辺三角形なので、その長さは  $X$  となります。

生徒がこの論理を理解しているかどうか確認します。また、すべての辺を正しくラベル付けしているかどうか確かめます。



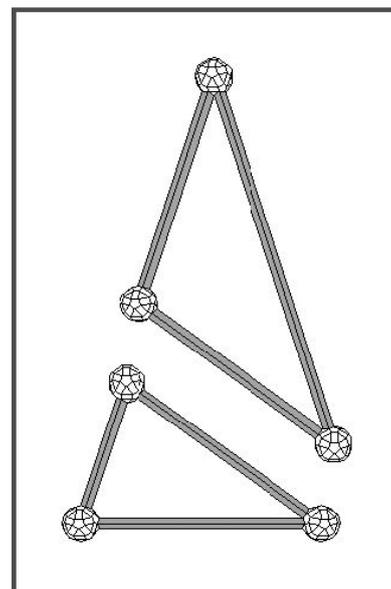
次に、三角形をもう一度作ります。わかりやすくするために、図のように離れた三角形を作ります。

分割した四角形でも、同じ手順を繰り返します。クラスで、下に示すように二つの比例式を作り、復習します。

$$\frac{1}{X} = \frac{X}{X+1}$$

分子分母をかけ合わせるにより、次の式が導かれます。

$$X^2 = X + 1$$



ペアになっている生徒に約 10 分程時間を与えて、二次方程式から、黄金比が導かれるまで待ちます。

$$X = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

最後に、全体の過程をクラス全体に説明してまとめとします。発展学習としては、黄金比がどのように数学や一般芸術に関係しているかを話し合うこともできます。

## 評価

推論の段階で、生徒に質問してまわり、算数ノートに書かれたことを点検します。三角形と四角形の長さを正しくラベルづけし、黄金比に由来する分割が理解できれば合格です。自分で分割ができれば、基準レベル以上です。

## 対応する基準

- \* 代数のコンセプトと方法を継続して学習するという数学レベル (NCTM レベル 5)
- \* 二次元と三次元の幾何学に関する発展学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 7)

## 発展学習の可能性

黄金比を用いた三角法と代数の簡略化したやり方。(ゾム・システム・マニュアルの 21~24 ページ)

## ➤ 資料と推薦図書

※訳注：記載の資料および図書は、レッスン・プラン 1.0 原文（アメリカ）記載のもので、日本語での名称および販売を保証するものではありません。

ここでは、ゾム・システムを使って学習していく上で役に立つ資料をリストアップしています。以下の順序です。

- 具体的な計画を教える上で必要な本
- 発展学習に参考となる資料
- 図面、または感光紙：ゾム・システムの使い方
- 紙製模型を作るための、多角形の形

● いくつかの学習計画に必要な本

Rogers, Paul, **The Shapes Game**. Henry Holt and Company, Inc., 1989.

ポール・ロジャーズ著「かたちのゲーム」：ヘンリーホルトアンドカンパニー刊 1989

“まわりを見渡せば幾何学だらけ” の単元にお勧め

**Shapes**, Ishtar Schwager Publications.

「Shapes（かたち）」：イシュターシュワガー出版刊

“幾何学的なかたち”の単元に

Venezia, Mike, **Getting to Know the World's Greatest Artists: Picasso**.

マイク・ベネチア著「世界的に最も偉大なアーティスト ピカソ入門」：チルドレンプレス刊 1988 シカゴ

“ピカソと数学”の単元に

Whitford Paul, Ann, **Eight Hands Round**, Harper Collins Publishers, 1991.

アン・ウィットフォード・ポール著「八つの手で」：ハーパーコリンズ出版、1991

“タイル貼りに挑戦”の単元に

● 発展学習に参考となる資料

ゾム・システムのハンドブック

「マニュアル 2.0」 カラーのマニュアルで、すべてのゾム・システムキットを含めて、ゾム・システムがどのように数や空間の対称に関連しているか、また、各模型の作り方も含めて書かれています。

Baer, Steve, **Zome Primer**, Zomeworks Corporation, Albuquerque, NM, 1970.

スティーブ・バイヤー著「ゾム・プライマー」ゾムワークスコーポレーション、アルバカーキ、ニューメキシコ 1970

ゾム・システムの基本となった 31 ゾーン・システムの包括的説明が書いてあります。ゾム・システムクリエイター・キットに含まれています。

Booth, David. **Zome System Manual**, Parker Courtney Press, Chestnut Ridge, NY, 1996.

デビッド・ブース「ゾム・システム・マニュアル」パーカーコートニー出版 チェストナットリッジ、NY 1996 ゾム・システム エクスプローラー・キット、クリエイター・キットに含まれている、数学のマニュアル

### 幾何学と対称

Hargittai, István & Magdolna, **Symmetry**, Shelter Publications, 1994.

イスタファン&マグドルナ・ハルギットアイ著「対称性」：シェルター出版 1994

Beard, Col. R.S., **Patterns in Space**, Creative Publications.

コル・R.S.ピアード著「空間に於けるパターン」：クリエイティブ出版

Bentley, W.A. & W.J. Humphrey, **Snow Crystals**, Dover Publications, 1962.

W.A. ベントレー&W.J.ハンフリー著「雪の結晶」：ドーバー出版 1962

### フィボナッチ数と自然界に於ける数

Hammel Garland, Trudi, **Fascinating Fibonacci: Mystery and Magic in Numbers**, Dale Seymour Publications, 1987.

トルーディ・ハメル ガーランド著「素晴らしいフィボナッチ：数の神秘とマジック」：デイル シーモア出版 1987

自然界、アート、建築物などに於けるフィボナッチ数列を表した素晴らしいポスターが、デイル シーモア出版、デルタ教材、その他の教材社から出ています。

### 黄金比

Runion, Garth E. **The Golden Section**, Dale Seymour Publications, 1990

ガース E・ルニオン著「黄金比」：デイル シーモア出版 1990

黄金比の数学や文化に関連したイラストのポスターが、デイル シーモア出版、デルタ教材、その他の教材社から出ています。

**Donald in Mathemagic Land**, Walt Disney Productions, 1959.

コンテンツと図：©2002 zometool, Inc. All rights reserved.

日本語訳：©2008 株式会社イメージミッション木鏡社 All rights reserved.



「マスマジック世界のドナルド」：ウォルトディズニー出版 1959

このわかりやすいカラーフィルムは、色々なビデオ屋さんや図書館で入手できます。

### ● 青焼き用紙、または感光紙：ゾム・システムに応用

青焼き用紙や感光紙は、ゾム・システムの影を形にするうえで大変素晴らしい働きをします。このような紙は、通常24×36インチのサイズのロールになっています。ホビーショップや教材専門の本屋、カメラ屋さんなどで入手できます。

この紙は、遮光した分厚い黒のビニール袋などの中で保存してください。日光で感光してしまうので、窓から光が入らないようにした部屋の中で作業をします。青焼き用紙は、蛍光灯の光でも一時間以内で感光してしまいますが、白熱球の灯りでは数時間かかります。使用していない紙は、必ず遮光した場所に保管してください。

青焼き用紙のメーカーは、具体的にどのタイプの紙はどのように現像し、扱うかを指示しています。一般的には、次のように取り扱います。紙の感光する黄色い面を表面に出して、厚紙などの裏打ちをして固定します。白い部分は感光しないので、画像を示しません。紙が太陽光に3～5秒間晒されると、カバーされてなかった部分は、すぐに黄色から白に変化します。家庭用のアンモニアを約1カップ、プラスチックのアルミでない角皿に入れます。裏打ちをした青焼き用紙の表面を下にして角皿に漬け込み、約三分おきます。光が当たらなかった部分は深い紫色に変化します。感光した部分は、白または水色の色に変化します。

**注意！！** アンモニア溶液は、飲むと危険です。また、肌に触れると炎症を起こし、臭気が出ます。

#### 応急処置：

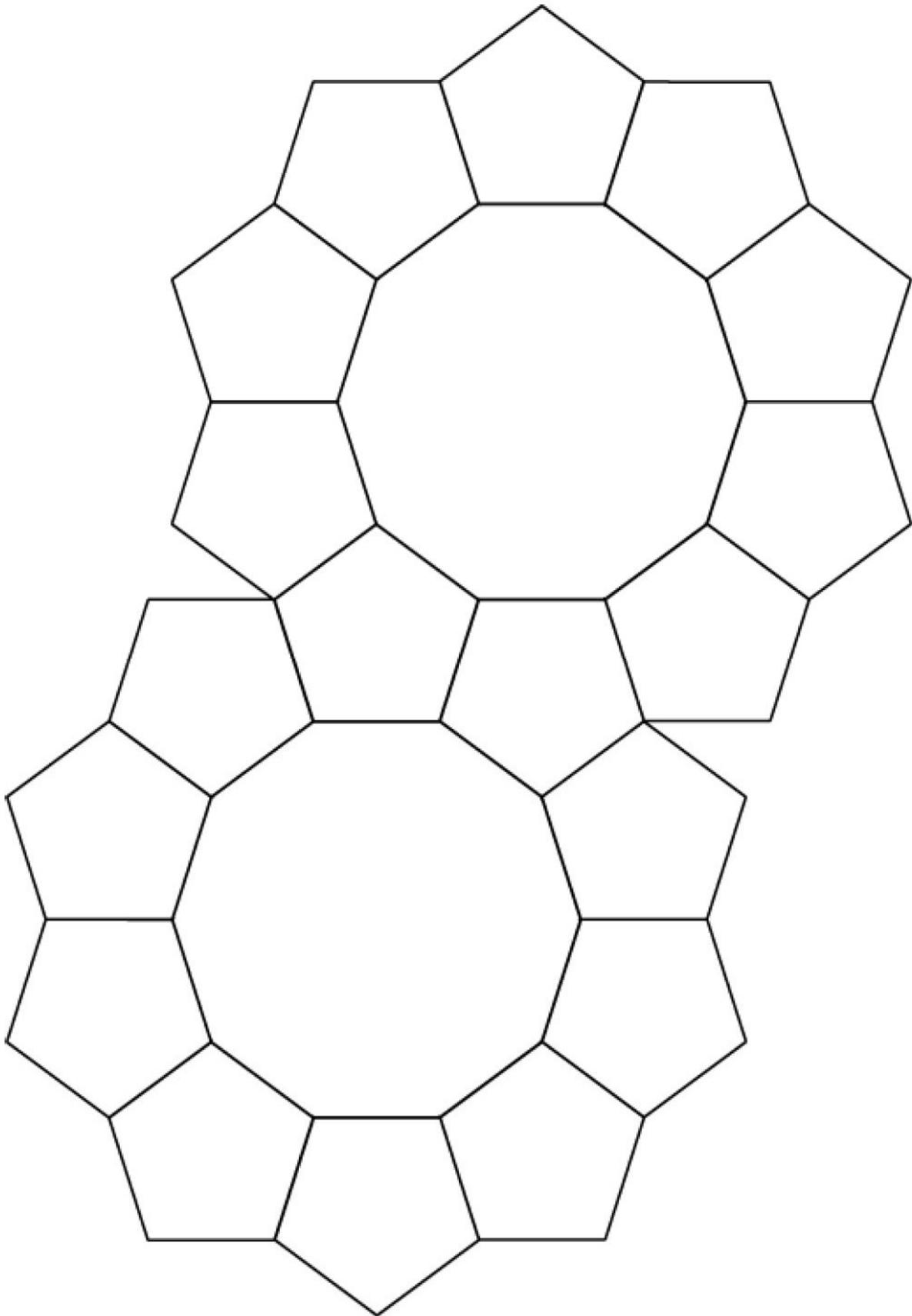
目：水で10～15分程洗い流してください。医者に見てもらってください。

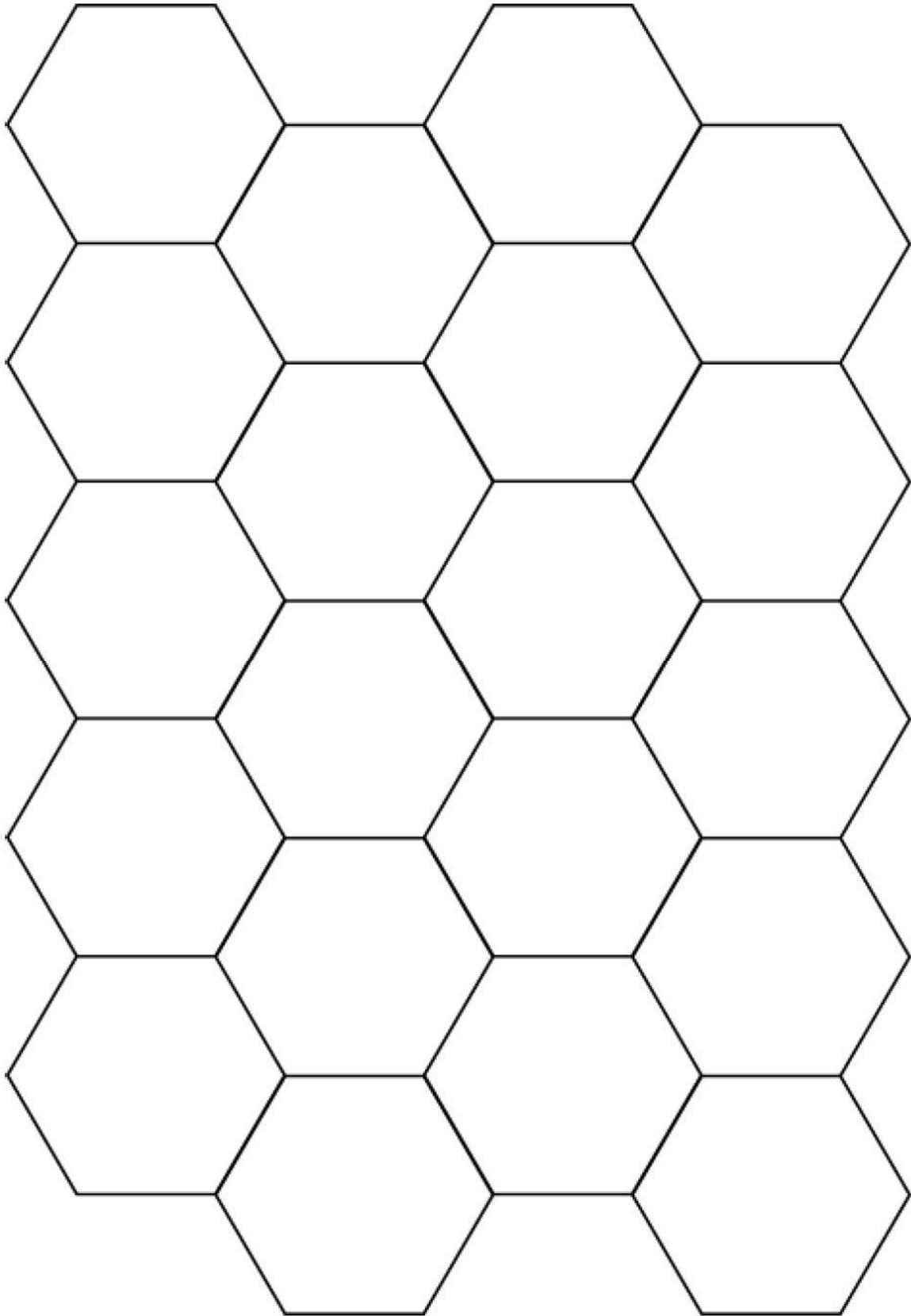
肌：水で完全に洗い流します。

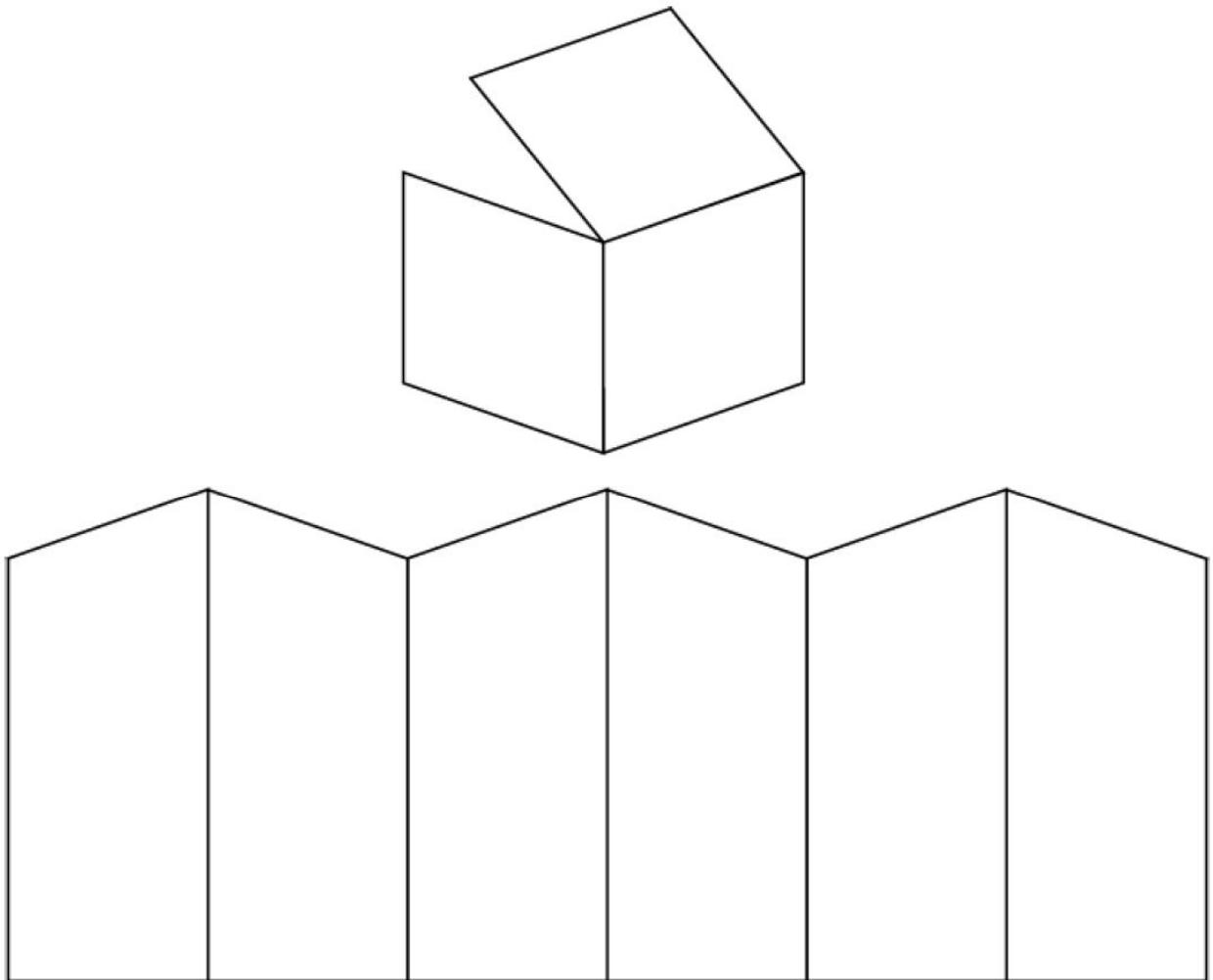
誤飲：すぐに大量の水か牛乳を飲ませます。それを吐き出させないようにして、医者を呼んでください。

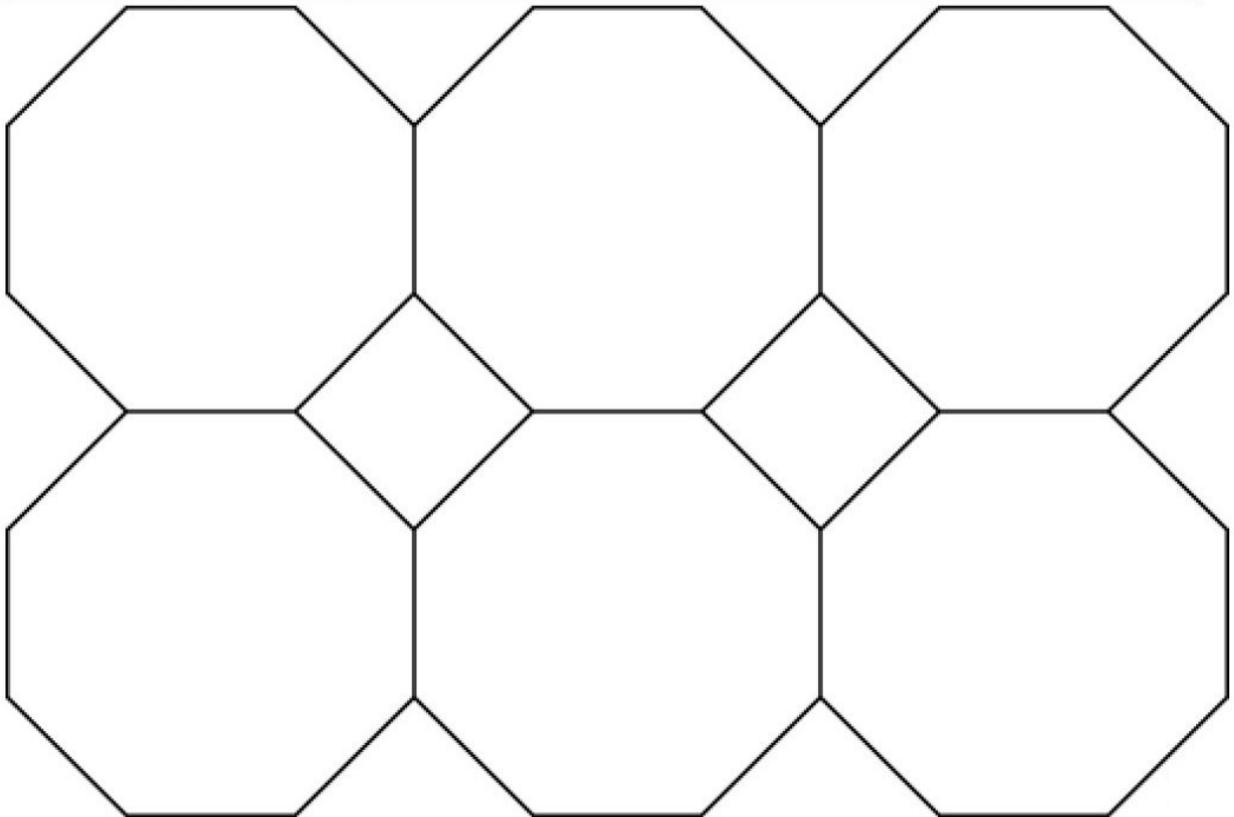
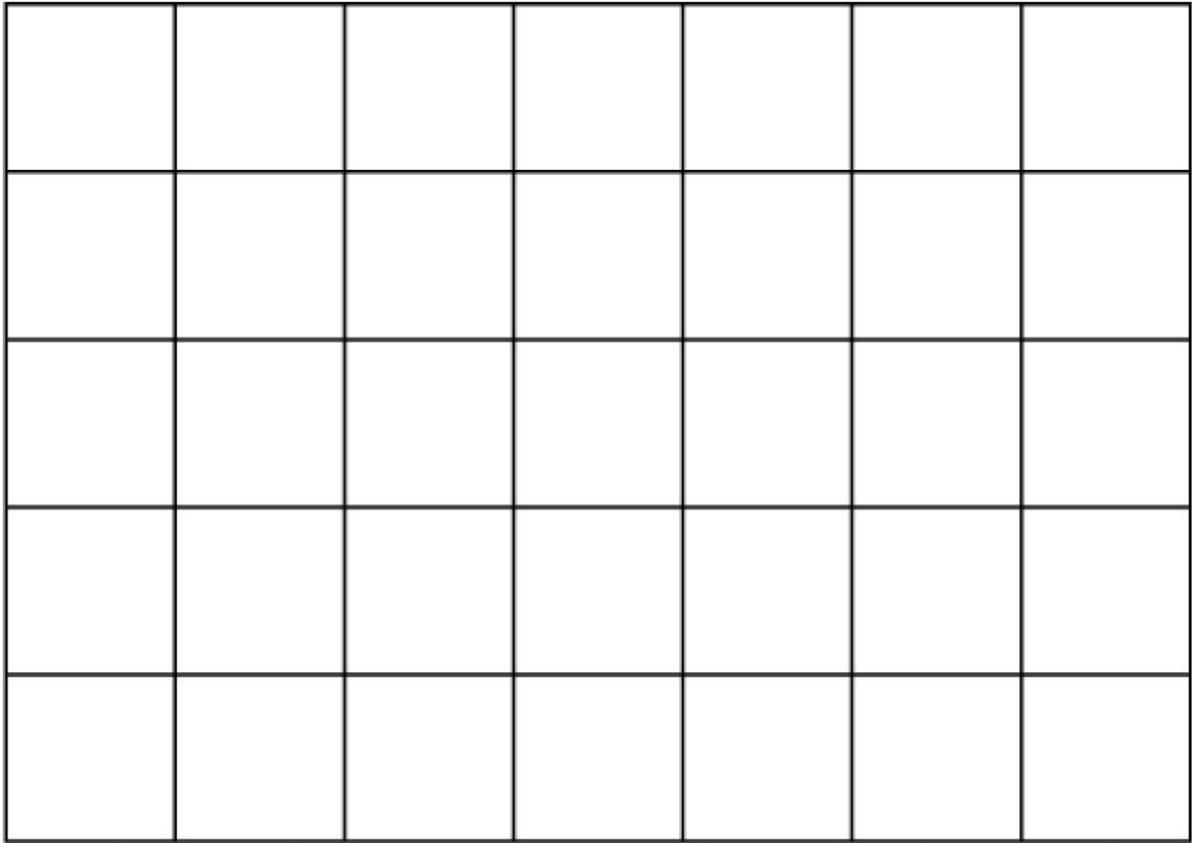
### ● 紙製模型のための多角形

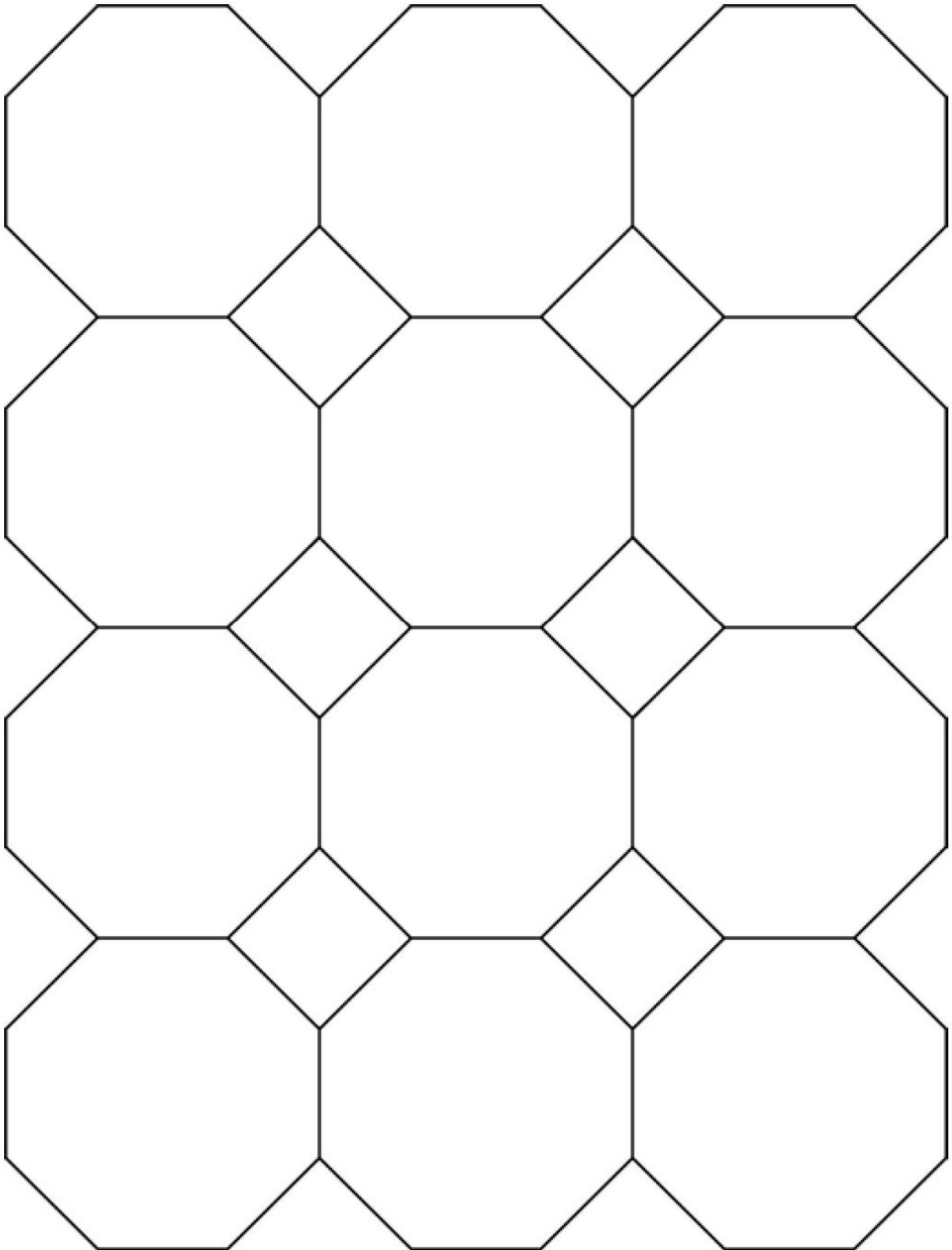
以下のページに、様々な多角形の型が出ています。ほとんどは、等辺形です。拡大するには、コピー機を使ってください。多角形の形を厚紙に写して、切り取ってください。これらの紙製の多角形を使用する単元は、“プラトン立体 I”、“プラトン立体 II”、“アルキメデスの立体”と“ミツバチの巣”の単元です。



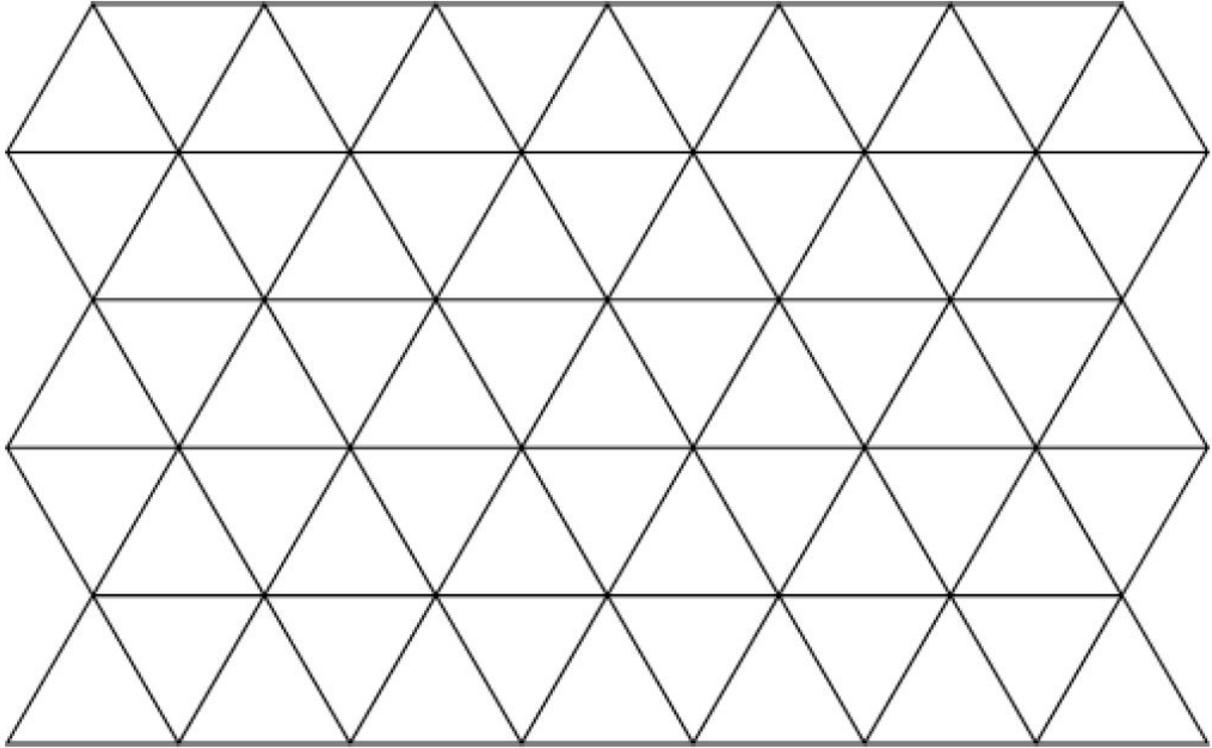


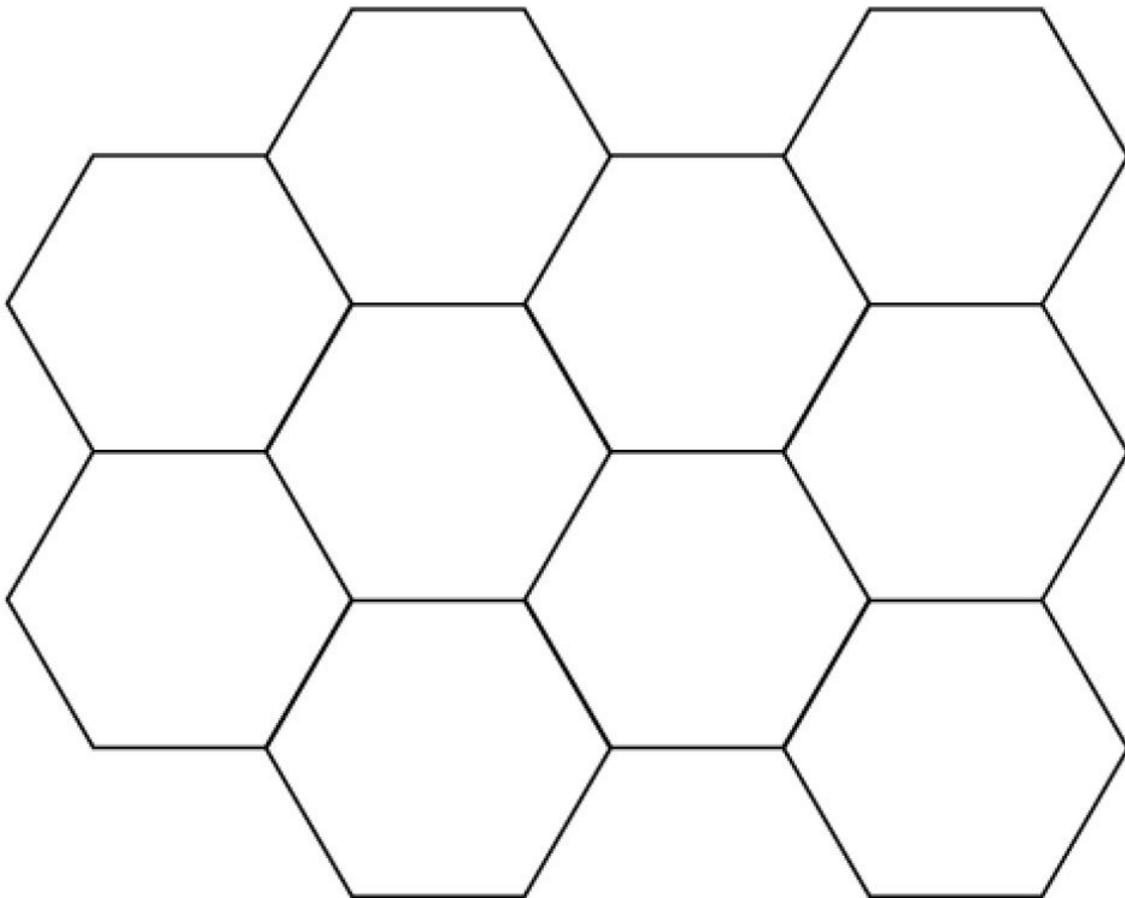
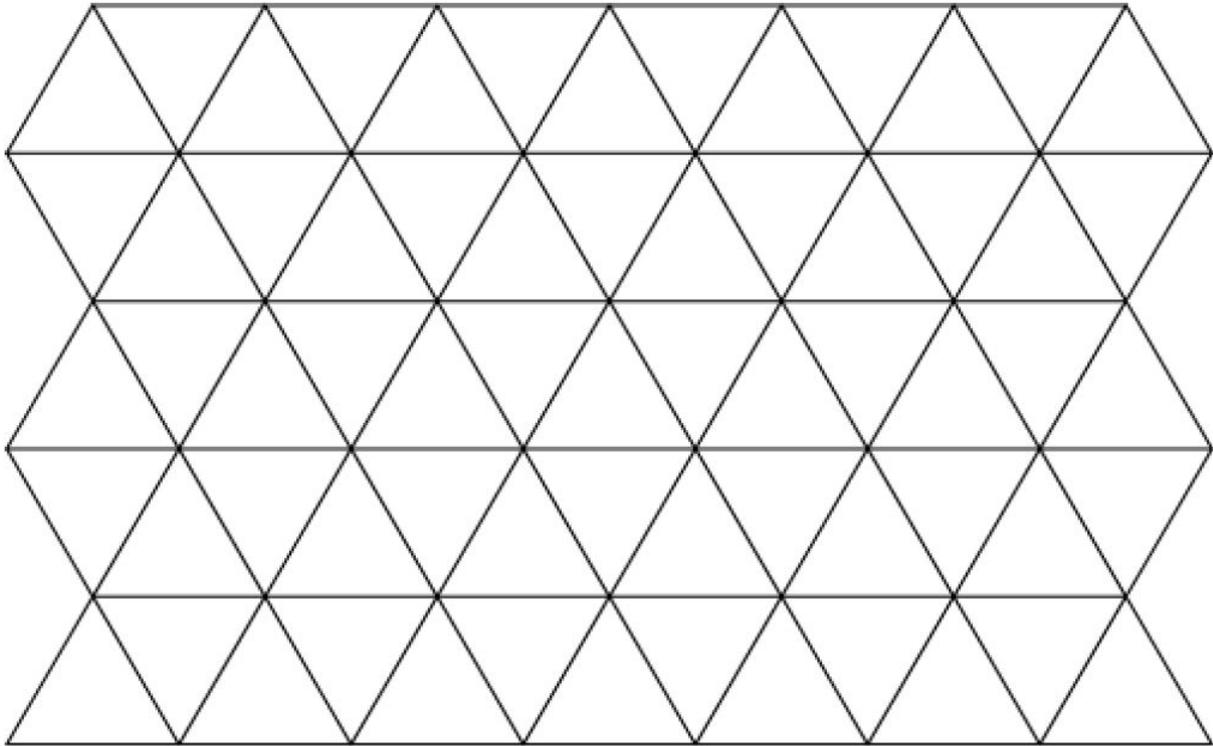












## レベル別教育におけるゾム・システム

このレッスン・プランでは、該当する教育レベルが書いてありますが、記載スペースの関係で各レベルの名称を述べるに留まっています。ここでは、各プランが示す様々なレベルも含めて、詳しく述べていきます。数学に関連したレベルは、全国数学教育者協議会（NCTM 訳注：アメリカの団体）が開発したレベルに準じています。ほとんどのアメリカの州は、NCTM の文書を基準としていると思われます。美術と科学に関しては、主としてコロラド州のジェファーソン郡地区で使われている基準から引用しています。このレベルに関しては、レッスン・プランを改定する際、実質的に見直す予定です。

### 美術のレベル基準

- \* 様々な手法に於けるアートの要素を定義し、適用する美術レベル。以下の内容を含む。
  - アートの要素を確認し、定義し、実践する
  
- \* 美術を、歴史的、文化的、個人的遺産に関連させる美術レベル。以下の内容を含む。
  - 様々な文化や個人の残した作品によって影響を受ける作品を作る
  - 歴史や文化の流れから個人的にひらめきを受けて、作品を作る

### 言語技術のレベル基準

- \* 言語技術レベルは、様々な目的のために要求される、書いたり話したりするスキルに関するものです。以下の内容を含みます。
  - 明確に伝達することができる語彙と話し方のスタイルを選択する
  - テーマとなっている事柄に関して、専門用語を正確に使い、その話題について書き、話すこと
  
- \* 読む、書く、見る、聞く、話すことに、考察を加える力を必要とする言語技術スキルは、以下の内容を含みます。
  - 問題を解決し、質問に答えるために、読む、書く、見る、聞く、話す能力を使います
  - はっきりと口頭で、または文章で考え方を認識し、表現し、自説を弁護することができること

### 物理科目のレベル基準

- \* 物理科学では、一般的な属性、形、事象やエネルギーの変化を知り、理解できるためのレベルがあり、以下の内容を含みます。
  - 物体を一般的な物理的属性に基づいて検証し、描写し、比較し、測定し、分類する能力
  - 観察された事象の属性を説明するための簡単なモデルが作れること

### 幼稚園～4年生の数学のレベル基準

- \* 数学的関連に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）。以下のことを学習します。
  - 概念的、そして手続き上の知識を取り扱う。
  - 様々な概念や手順を表す内容をお互いに伝達できる
  - 数学の別々のトピックがそれぞれ持つ関連性を認識できる
  - 数学を別のカリキュラムに応用できる
  - 数学を日常生活に使える

- \* 数字の感覚と数の計算に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)。以下の内容を学習します。
  - 実際の生活の中での体験から、物理的な素材を使用して数の概念を構築できる
  - 数えたり、グループに分けたり、価値に置き換えたりすることに関連付けて、計算法を理解できる
  - 数の感覚を発達させる
  - 実際の世界で出会う数の多様な使い方を理解できる
  
- \* 幾何学および空間認識に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)。以下の内容を学習する必要があります。
  - 形を描写し、模型を作成し、描き、分類できる
  - 形を組み合わせたリ、再分したり、変化させたりすることの結果を調べたり、予測できる
  - 空間の感覚を養う
  - 幾何学の考え方を数や測定に関連付ける
  - 自分の世界にある幾何学を認識し、観賞できる
  
- \* 測定に該当する数学的レベル (NCTM レベル 10)。以下の内容を学習します。
  - 長さ、容量、重量、質量、面積、体積、時間、温度、角度の特性を理解する
  - 測定の準備をし、測定単位に関するコンセプトを展開する
  - 測定の予測をたてる
  - 日常生活の問題が生じた場合に、測定を実際に行う

## 5～8年生の数学のレベル基準

- \* 探究と応用の方法としての数学的な問題解決に該当する数学的レベル (NCTM レベル 1)。以下の内容を学習します。
  - 問題解決のアプローチで、数学的な内容を調査し理解する
  - 数学の中から、また外側から見た状況を、公式化する
  - 何段階ものステップをもち、ルーチン化されていない問題ということを重視しながら、問題解決をするために、様々な戦略を展開し応用してみる
  - 最初に設定した問題について、結果を導き解釈する
  - 新しい問題状況に対して、解決と戦略を一般化する
  - 数学を意味あることに使用することに自信を持つ
  
- \* コミュニケーションの手段としての数学に該当する数学レベル (NCTM レベル 2)。以下の内容を学習します。
  - 口頭、文章、具体的、絵による、グラフによる、または演算によって状況をモデル化する
  - 数学的考察や状況について、自分の考えを練り、明確に伝える。
  - 定義の役割も含めて、数学的思考の一般的な理解をする
  - 読み、機器、観察することで、数学的考察を理解し、評価する
  - 数学的考察で仮説をたて、相手が納得できるような説明をすることができる
  - 数学的記号の価値とその役割を理解し、数学的考察にそれを使用する
  
- \* 数学の証明に該当する数学レベル (NCTM レベル 3)。以下の内容を学習します。
  - 演繹的な、また帰納的な証明法を理解し応用する

- 特に空間の証明や、比率とグラフを用いた証明に重点を置き、証明の過程を理解して応用する
  - 数学的な推論や議論をしたり、評価したりできること
  - 自分自身の考え方を証明すること
  - 一般的に使用されている理論付けの根拠を、数学の一端として認識する
- \* 数学的関連性の探究に該当する数学レベル（NCTM レベル 4）。以下の内容を学習します。
- 数学を、一貫した全体として認識する
  - 問題を解き、結果をグラフ、数字、物理、代数、言葉などを使って、数学のモデルまたは象徴として描写する
  - 数学的思考を使って、その他の数学的考察を更に深く理解できるようにする
  - アート、音楽、心理学、科学、ビジネスなど、数学以外の学問で生じた問題点を解決するために、数学的思考や模型作りを応用する
  - 我々の文化や社会に於ける数学の役割を評価する
- \* 数字と数字の関係に該当する数学的レベル（NCTM レベル 5）。以下の内容を学習します。
- 現実の世界や数学的問題を解決する際に、様々な種類の同じような形を理解し、表し、数字を用いること（整数、分数、小数、パーセント、指数、科学的記号で）
  - 分数、小数、整数、有理数に対する数の感覚を発達させる。
  - 比率、割合、パーセントなどの概念を、幅広く、色々な状況下において理解し応用する
  - 関数、小数とパーセントの関係を掘り下げる
  - 一次元と二次元のグラフィックスにおける数値関係を表す
- \* 数のシステムと数の理論に該当する数学レベル（NCTM レベル 6）。以下の内容を学習する
- 整数以外の数の必要性を理解し応用する
  - 分数、小数、整数、有理数の関係を構築し、規則を使う
  - 分数から、小数、整数、有理数まで、すべての数のしくみに理解を広げる
  - 基本的な算数のしくみが、お互いにどのように関連しているかを理解する
  - 実際の生活の場や、数学の問題解決の中で（例：素数、因数、倍数など）数の理論概念を展開し応用する
- \* パターンと機能に該当する数学的レベル（NCTM レベル 8）。以下のことを学習します。
- 様々なかたちのパターンを描写し、展開し、分析し、つくる
  - 図、グラフ、法則における関連性を表現し、表すことができる
  - 関数の関係を分析して、ひとつの量の変化が、もうひとつの量の変化をどのように引き起こすかを説明する。
  - パターンや関数を使って問題を解き、説明する
- \* 演算の概念と過程の探求に該当する数学のレベル（NCTM レベル 9）。以下のことを学びます。
- 変数、式、等式の概念を理解する。
  - 図、グラフ、口頭で述べた規則、等式を用いて、その状況や数のパターンを言い表したり、その相互関係を探求したりする
  - 属性や関係を定義するために、表やグラフを分析する。
  - 具体的な、公式的でない、または公式的な方法を用いて、一次方程式を解く力をつける
  - 不等式や、非一次の等式を、非公式に探求する
  - 代数の手法を用いて、様々な現実の生活や数学の問題を解くことに応用する

- \* 様々な状況での一,二,三次元での幾何学の探究の数学レベル (NCTM レベル 12)。以下の内容を学習します。
  - 幾何学の形を定義し、描写し、比較し、分類する
  - 特に空間認識の感覚に注意を向けながら、幾何学の形を視覚化し、表現する
  - 幾何学形の変形を探求する
  - 幾何学モデルを用いて表現と問題解決をする
  - 幾何学的属性と関係を理解し、応用する
  - 物理的世界を表現する方法として、幾何学を発展させ、理解する
  
- \* 測量を使った広範囲に及ぶ具体的経験の数学的レベル (NCTM レベル 13)。以下の内容を学習します。
  - 測定の過程に関する理解を広げる
  - 現象を描写したり比較したりするために、予測し、測定を行い、測定を用いる。
  - 特定の状況においては、必要とされる精度まで測定するための、正しい単位や測定器具を選択する
  - 構造を理解し、測定のシステムを用いる
  - 二次元の周、面積、体積、角度の測定、容量、重量とかたまりの概念に対する理解を展開する
  - 割合や、その他、間接的な測定に由来する概念を展開する
  - 問題を解決するための数式や、決定する過程を展開する

## 9～12年生の数学のレベル基準

- \* 問題解決の発展学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 1)。以下の内容を学習します。
  - 数学的コンテンツを探求し理解するにあたり、徐々に自信を持って、問題解決のアプローチをとる
  - 数学の内側と外側の両方から考えられる高度な数学的問題解決の方策を用いて、問題解決にあたること
  - 数学の内側と外側から状況を考察し、問題を把握した上で数式に表す
  - 実生活の場において、数学的モデリングのプロセスを応用する
  
- \* 数学的考えを伝達するための言語とシンボリズムに相当する数学レベル (NCTM レベル 2)。以下の内容を学習します。
  - 数学的考えや関係に関する自分の考えを表し、はっきりと述べる
  - 数学的定義を数式で表し、探究を通して発見した一般的に適用できる例を説明する
  - 数学的考察を言葉で言い表し、文章で書き表す
  - 数学の書式で表した文書を読み、理解する
  - 読んだり聞いたりした数学的内容に関して、確認をとったり、質問に発展させる
  - 数式表現の能率、威力、優美さ、および数学的考察を展開する上での役割を理解する
  
- \* 論理的な理論展開力を強化し発展させるための様々な経験に該当する数学的レベル (NCTM レベル 3)。以下の内容を学習します。
  - 推測し、それをテストする
  - 反対の例を数式化する
  - 論理的な議論についていく

- 議論とその有効性を判断する
- 簡単で有効な議論を構築する

大学進学コースの学生向け

- 数学的主張の証明をする。間接的証明や、数学的帰納法による証明も含む

\* 様々な数学的トピックとその応用に関する関連性と相互性に該当する数学レベル(NCTM レベル 4)。以下の内容を学習します。

- 同じコンセプトに関する表記を見分ける
- ひとつの過程を表した表記と、同等の表記における過程を関連づける
- 数学的トピックの相互的関連性を用いたり、評価したりする
- 数学とその他の学問上の関連性を用いたり、評価したりする

\* 代数のコンセプトと方法を継続して学習するという数学レベル (NCTM レベル 5)。以下の内容を学習します。

- 多様な数量を含む状況を、式や方程式、不等式やマトリックスに表す
- 式、方程式、不等式を表すために表やグラフをツールとして用いる
- 式やマトリックスを操作して、方程式や等式を解く
- 数学の抽象性とシンボリズムの効果を理解する

大学進学コースの学生向け

- 線形系を解決するためにマトリックスを使用する
- 方程式論に基づいた代数の変形における技術的な設備を実証する

\* 関数の発展学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 6)。以下の内容を学習します。

- 様々な関数で、実生活に於ける現象をモデル化する
- 表、言葉による法則、方程式やグラフなどを使って、関連性を表したり分析したりする
- 関数の表計算、記号、グラフによる表示を置き換える
- 様々な問題の状況が、同様な形の関数によってモデル化できることを理解する
- グラフの関数上のパラメーター変化の効果を分析する。

大学進学コースの学生向け

- 関数のクラスのオペレーションや、一般的属性、特徴を理解する

\* 二次元と三次元の幾何学に関する発展学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 7)。以下の内容を学習します。

- 三次元の物体を理解し、描く
- 幾何学モデルの問題状況を表し、図の属性を応用する
- 形を合同と相似という観点で分類し、それらの関連性を適用する
- 仮定によって与えられた図形同士の属性と関連性を導き出す

大学進学コースの学生向け

- 様々な図形を調査し比較することで、公理的なシステムを導き出し、それを理解する

\* 代数の観点から見た、二次元と三次元の幾何学学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 8)。以

下の内容を学習します。

- 総合的表記と座標による表記を置き換える
- 変換と座標を使用して、図形の属性を導き出す
- 合同図形と相似図形を、変換を用いて定義する
- ユークリッドの変換の属性を分析し、ベクトルへの置き換えを関連づける

大学進学コースの学生向け

- ベクトルを使った図形の属性を導き出す
- 問題解決に変換、座標、ベクトルを応用する

\* 三角法の学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 9)。以下の内容を学習します。

- 三角形を含む問題の状況に、三角法を応用する
- 実生活における、周期的な現象の中で、サイン、コサインの関数を探す

大学進学コースの学生向け

- 三角関数と円関数の関連性を理解する
- 実生活に於ける周期的現象を、円関数を使ってモデル化する
- 三角法の方程式を解き、三角法の定義を証明する
- 三角関数と極座標、複素数と級数の関連性を理解する

\* 離散数学のトピックに該当する数学レベル (NCTM レベル 12)。以下の内容を学習します。

- 有限グラフ、マトリックス、数列、循環数列などの離散構造を用いて、問題の状況を表す。
- マトリックスを用いて、有限グラフを表し、分析する
- アルゴリズムを展開し、分析する
- 数え上げによる確率問題を解く

大学進学コース向け

- 一次プログラミングと差分式を使って、問題を表し、解決する
- コンピュータの確認とアルゴリズムの確認に関連して生じる問題状況を調査する

\* グラフ的、数値的観点から見た、微積分法のコンセプトを公式を用いずに追求する数学レベル (NCTM レベル 13)。以下の学習をします。

- 問題の状況下に於ける、グラフの最高値と最低値を決定し、その結果を解釈する
- 無限数列、級数、曲線の下側の面積を調べることで、極限の操作を調べる

大学進学コースの学生向け

- 極限、曲線の下側の面積、変化の割合、接線の傾き、そして他分野に於けるそれらの応用について、基本的なコンセプトを理解する
- 多項式関数、有理関数、無理関数、超越関数のグラフを分析する

\* 数学的構造の学習に該当する数学レベル (NCTM レベル 14)。以下の内容を学習します。

- 実数のシステムといくつかのサブシステムを比較し、構造的特徴を対比させる
- 代数の過程に於ける論理を理解する
- 異なっているように思える数学的システムが、実は本質的には同じかもしれないということを理解する

大学進学コースの学生向け

- 複素数システムを構築し、その操作をしてみせる
- グループや、フィールドのような様々な数学的構造における、基礎的な定理を証明する
- 公理的システムの性質や目的を展開し、理解する

## ➤ ゾム 用語集

**Acute angle:** 鋭角 (90 度以下の角度)。

**Angle:** ゾム・システムの 2 本のストラットが、同一ノード上で形成するもの。この場合、ストラットは、重ならないことが条件

**Archimedes:** アルキメデス。ギリシャの哲学者であり、数学者 (BC287~212)。半正多面体を初めて描写した人。

**Archimedean solid:** アルキメデスの立体。アルキメデスの半正多面体としても知られる。ギリシャの哲学者、アルキメデスが定義した 13 の多面体。アルキメデスの立体は、2 種類以上の正多角形の面をもち、全ての頂点で多角形が同じ配置をもつ。

**Area:** 面積。二次元の平面における空間がどのように占められているかを、平方の単位で表す数値。

**Axis:** 軸。ゾム・システムのストラットと、ノードの正反対側にあるストラットによって形成される線。

**Bilateral symmetry:** 左右対称性。パーツを鏡に映した場合にできる、物体の中心線の反対側に写る形。

**Blue struts:** 青ストラット。ノードの長方形の穴に合うストラット。青ストラットは、単位元ストラットであり、正多角形や正多面体を作るのに用いられる。

**Blue line:** 青ストラットによって形成された線。ブルーラインに垂直な面に作られた構造物は、2 回対称性または、4 回対称性のものが多い。

**Buckyball:** バッキーボール。炭素 60 (C<sub>60</sub>) の模型の一般的な呼称。バッキーボールは 1980 年代後半に発見され、天然のグラファイトやダイヤモンド以外に形成された炭素同素体の新しい形。ゾム・システムで作るバッキーボールの模型は、12 個の正五角形と、20 個の正六角形を使って球体を形成する。この形の幾何学的名称は、切頂二十面体。

**Buttress:** バットレス。控え壁。大きな壁の延長として突き出している構造。バットレスは、外側から壁面を支える。ゴシック建築では、大きなステンドグラスを使用したために弱まった壁面を補強する目的で、この控え壁が使われた。

**Color coding:** カラー・コード。形で分けるだけでなく、ゾム・システムは色別に分けられている。長方形のストラットは青、三角形のストラットは黄。五角形のストラットは赤で、ノードは白。

**Concave polygon:** 凹多角形。180 度以上の内角の頂点を持つ多角形。つまり、頂点のひとつ以上が、へこんでいる多角形。

**Concave polyhedron:** 凹多面体。いくつかの二面角が 180 度以上の角度の辺を持つ多面体。

**Congruent, congruency:** 合同。2つ、またはそれ以上の幾何学形が、全ての角度、辺、及び面が等しい場合、それらの形は合同であるという。

**Convex polygon:** 凸多角形。全ての頂点の内角が180度未満の多角形のこと。

**Convex polyhedron:** 凸多面体。全ての二面角が180度未満の多面体のこと。

**Cross section:** 断面。現実でも想像上でも、物体の内部を見るために切断した形のこと。

**Crystal:** 結晶。原子が、周期的または、準周期的な配列になっている物体の塊。色々な結晶体を、ゾム・システムでは作ることが出来る。結晶モデルの例としては、塩化ナトリウム（食塩）、石英（二酸化珪素）、グラファイト（炭素の形）など。

**Crystal lattice:** 結晶格子。結晶の中の実際の原子の配列。構造が周期的であれば、230種類の配列が可能。

**Cube:** 六面体。6つの面からなる多面体。六面体は、ゾム・システムでは青ストラットを使って作ることができる。「正六面体」として知られる立方体は、5つのプラトン立体のひとつでもある。

**Cuboctahedron:** 立方八面体。アルキメデスの13立体（半正多面体）のひとつ。6つの正方形と8つの三角形の面で出来る立体。各頂点は、正方形2つと、正三角形2つから形成される。ゾム・システムで構築するためには、補助的に緑ストラットが必要となる。

**Deca:** ギリシャ語の接頭語で、10の意味。

**Decagon:** 十角形 等辺十角形は、青ストラットで出来る。

**Dodeca:** ギリシャ語の接頭語で、12の意味。

**Dodecagon:** 12の辺を持つ多角形。

**Dodecahedron:** 五角形の12面から成る多面体。各頂点は、3つの五角形から成り、12の面を持つ多面体。正十二面体は、正五角形の面を持ち、プラトンの正多面体のひとつ。

**Dihedral angle:** 二面角。多面体の二つの隣接しあう面〔辺を共有する〕の内角。

**Divine proportion:** 黄金比の別名。

**DNA strand:** DNAのらせん。らせん状のDNA分子。DNAは、地球上の全ての生命体の遺伝子を担っている。

**Edge:** 辺、稜。多角形、多面体、多胞体の境界線を形成する線（ストラット）。

**Enneacotahedron:** 九十面体。2種類の菱形90個からなる多面体。60の太った菱形と30のやせた

菱形の組み合わせで、合計 90 個となる。菱形 90 面体は、ゾム・システムの、同じ長さの黄ストラットで作ることが出来る。

**Equilateral:** 等辺。同じ長さの〔ストラットの〕線をもつこと。

**Euler, Leonhard:** レオンハルト・オイラー (1707~1783)。スイスの数学者。

**Euler's formula:** 全ての凸多面体にあてはまる、多面体公式。  $F+V-E=2$  または、  $F+V=E+2$  (F=面の数、V=頂点の数、E=稜の数)。この関係は、レオンハルト・オイラーが 1752 年に初めて表した。生徒は、ゾム・システムを使ってこの公式がどんな場合にも適用できることを示すことが出来る。

**Face:** 面。多面体を形づくる多角形。

**Fibonacci sequence:** フィボナッチ数列。前二つの項の和が次の数になるという規則の数列。数列は、0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144... (0+1=1, 1+1=2, 2+1=3, 3+2=5, 5+3=8, 8+5=13...) ゾム・システムのストラットも、この数列と同じようになっている (ショートストラット+ミディアムストラット=ロングストラット。ミディアムストラット+ロングストラット=その次に長いストラット...)。フィボナッチ数列は、実際らせん状のパターンの全ての植物に見られる。例えば、松ぼっくりは、ひとつの方向に向かう 8 つのらせんを持ち、別方向に向く 13 のらせんを持つ。いちごの種もらせん状に育つが、13 個がひとつの方向に、21 個がもうひとつの方向に育つ。カリフラワーの花芽は 5 と 8 の螺旋の組み合わせで、ひまわりの種は、34 と 55 の螺旋の組み合わせになっている。このフィボナッチ数列を始めて表したのは、13 世紀のイタリアの数学者、ピサのレオナルドであった。彼は、フィボナッチ (ボナッチの息子) としても知られている。

**5-Fold symmetry:** 5 回対称性、または 5 回回転対称性。ひとつのモチーフを、中心点の回りに  $1/5$  回転して繰り返すこと。5 回対称性と 5 のクラスターは、自然界で大変よく見られる。リンゴの芯は五芒星、ヒトデも五芒星。花や葉にも、花卉や角が 5 個のクラスターが多い。哺乳類のほとんどが手足に 5 本の指を持つ。かぼちゃにも、10 のセクションがある。(5×2)

**Fractal progression:** フラクタル数列。異なる大きさで、繰り返すパターン。例えば、カリフラワーの頭部はそのらせんにフラクタルの幾何学を表す。そのらせんは、それより小さならせんから成り、またその小さならせんがそれより小さならせんから成り立っている。有名なマンデルブローの集合も、フラクタル数列の例である。ゾム・システムでは、黄金比のフラクタル・スターの列を組み立てることが出来る。

**Fuller, R Buckminster:** フラー、R.バックミンスター。著名な 20 世紀のアメリカの建築家であり、ジオデジック・ドームを作った発明家。多くのスペース・フレーム (三角形の集合を構造とする) も設計した。

**Fullerene:** フラーレン。C<sub>60</sub> (バッキーボール) や、C<sub>240</sub> などの、実験室で作られる分子構造。フラーレンと名づけられたのは、これらの分子モデルの構造が、R.バックミンスター・フラーの作ったジオデジック・ドームの研究者を思い起こさせるためである。ゾム・システムは、様々なフラーレンのモデルを作ることが出来る。

**Geodesic dome:** ジオデジック・ドーム。球体を三角形のタイルで対称的に覆ったもの。この構造は、非常に強く、軽量で、最小限度の建築資材に対して、最強の強度を持つことができる。

**Geometric progression:** 等比数列。隣り合う二項間の比が一定の数列。一つの数に、一定の数を次々に掛けていってできる数列。幾何数列。

**Golden rectangle:** 黄金長方形。青のショートストラットとミディアムストラット、または青のミディアムストラットとロングストラットで出来た長方形。この長方形の2辺の長さは黄金比となっている。

**Golden rectangle grid:** 黄金長方形格子。この構造は、黄金長方形に含まれている正方形が無限に続くらせんを示す。

**Golden section:** 黄金分割。黄金比や黄金中項とも知られている。ギリシャ文字の  $\tau$  で表され、1.61802...という無理数。正確な値は計算することができる。 $\tau = (\sqrt{5} + 1)/2$ 。黄金分割は古典芸術と建築学において非常に重要である。ゾム・システムのストラットは、すべて互いの黄金分割の関係にある。

**Great rhombicuboctahedron:** 大菱形立方八面体。アルキメデスの13の半正多面体のひとつ。6つの八角形、8つの六角形、12の正方形の面を持つ。各頂点は、八角形、六角形、正方形が各1つで作られている。ゾム・システムで作るのには、青と緑のストラットが必要。

**Great rhombicosadodecahedron:** 大菱形十二・二十面体。アルキメデスの13半正多面体のひとつ。12の十角形、20の六角形、30の正方形の面を持つ。各頂点は、十角形、六角形、正方形各1つで構成される。青ストラットで作ることが出来る。

**Great stellated dodecahedron:** 大星形二十面体。正二十面体の三角形の面20個が、20の三角形ピラミッドになっている星形多面体。

**Green struts:** 緑ストラット。ゾム・システムの補助的なストラットで、30度の角度をつくることができ、現行のゾムのパーツ全てと互換性がある。

**Heptagon:** 七角形。7つの辺を持つ多角形。

**Hexa:** ギリシャ語で、6を意味する接頭語。

**Hexagon:** 六角形。6つの辺を持つ多角形。

**Hexahedron:** 六面体。立方体の正式名。6つの正方形の面を持つ多角形。

**Isosceles triangle:** 二等辺三角形。二辺が等しく、2つの同じ角度をもつ三角形。

**Icosa:** ギリシャ語で、20の意味を持つ接頭語。

**Icosadodecahedron:** アルキメデスの半正多面体のひとつ。十二・二十面体。12の五角形と20の

三角形の面を持つ。各頂点は、2つの五角形と2つの三角形から成る。青ストラットで作る。

**Icosahedron:** 二十面体。20の面を備えた多面体。正二十面体は20の正三角形の面から成る。この形は、5つのプラトン立体のうちの1つ。青ストラットで作る。

**Irrational:** 無理数。小数点以下が、同じ数の繰り返しでなく、永遠に続く数。

**Kepler Johannes:** ヨハネス・ケプラー（1571～1631）ドイツの数学者、天文学者。正十二面体から得られる2つの星形多面体、菱形三十面体、菱形十二面体、いくつかの非周期タイルを発見した。ケプラーは、5つの正多面体の関係に基づいて太陽系のモデルを作り、太陽から惑星への距離の関係を示そうとした。

**Kepler tiling:** 五芒星、五角形と十角形を用いた周期と非周期タイリング。

**Keplerian solids:** ケプラーの立体。稜線が星形の二十面体と稜線が星形の十二面体。二十面体と十二面体の稜線を延長すると、星形の尖った形ができる。

**Kite:** 凧の形。稜線の長さが二組ある四辺形。対角線の長さは等しくない。

**Length:** 長さ。線状のユニットが、一次元の空間に於いて、一次元の物体によって占められている線状の単位に基づいた測定値。

**Line:** 線。点の連続であり、まっすぐで、どちらの方向にも終わりなく伸びているもの。

**Modularity:** モジュラリティ。小さい種類の要素をもち、それを色々な構成に組み合わせることができるという性質。

**Node:** ノード。ゾム・システムの接続用ボール。オリジナルのゾム・システムでは、ノードは白。ゾム・システムでは、カラー・ノードも作っており、化学や材料科学の分野などの研究者が主として使用している。

**Nomenclature:** 学術用語。物体または過程を、標準化した言語で組織的に名付けた用語。

**Non-periodic:** 非周期。平行移動したとき、元と一致しない部分を持つこと。

**Obtuse angle:** 鈍角。90度を越える角度。

**Octa:** ギリシャ語で、8を表す接頭語。

**Octagon:** 八角形。8つの辺を持つ多角形。

**Octahedron:** 八面体。8つの面を持つ多面体。正八面体は、8つの正三角形から成り、5つのプラトン立体のひとつ。たくさんの八面体を通常のゾム・システムで作ることは可能だが、正八面体を作るためには、補助的なグリーン・ラインが必要。

**Octet truss:** オクテットトラス。正八面体と正四面体の無限の周期的ネットワーク。金属の棒で構成すると、非常に強い構造となる。このタイプの構造を始めて実際に使用したのは、アレクサンダー・グラハム・ベルで、凧をオクテットトラスで作った。そのうちひとつは、人間をくくりつけて空中に揚げる程大きかった。(ライト兄弟が初飛行するずっと前の話！)

**Parallel Lines:** 平行線。二本の線が同一平面上にあり、決して交わらない場合、平行であるといわれる。

**Parallel Projection:** 平行投影。無限大の距離にある光源によって物体の影を作ること。

**Parallelogram:** 平行四角形。相対する辺が同じ長さで平行な四角形。

**Penta:** ギリシャ語で5を意味する接頭語。

**Pentagon:** 五角形。5つの辺を持つ多角形。

**Pentagram:** 五角形の稜線を延長して(星状にする)作った星形。

**Periodic:** 周期的。同じモチーフが一定の方向に無限に繰り返されること。

**Perpendicular line:** 垂直線。もうひとつの線に対して、90度で交わる線。

**Perspective projection:** 透視投影。物体の近くの光源で影を作ること。

**Phi,  $\phi$ :** ファイ。黄金比を表わす二つのギリシャ文字のうち一つ(訳注: もう一つは $\tau$ (タウ))。これは、芸術家や、黄金比の奥義に興味ある人達が使う。

**Plane:** 平面。境界線のない、平らな無限の面。

**Platonic solid:** 5つのプラトン立体。正多面体とも言う。凸多面体で、面が一種類の正多角形であり、全ての頂点と同じ性質をもつ立体。ギリシャの哲学者であり数学者のプラトンにちなんで名づけられた。彼は、BC500年頃の学者。プラトンは、このような形は、5つしかないことを証明した。正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体の5立体。

**Polygon:** 多角形。線分から成る、閉鎖された部分。線分が交差するのは、線の両端だけで、二本の線分が重なることはない。

**Polyhedron:** 多面体。三次元の幾何学形であり、各面は多角形である。多面体の別名は、立体。

**Polytope:** 多胞体。四次元以上の次元の幾何学形を指す。

**Prime factor:** 素因数。それ自体か1でしか割れない数。

**Prism:** プリズム。上の面と底の面が合同で平行であり、側面が全て平行四辺形から成る多面体のこと。

**Projection:** 投影。与えられた図形の全ての頂点が現れるように影を作ること。

**Proportion:** 比例。二つの数の割合が同じこと。(例えば、 $2/3 = 4/6$ )

**Pyramid:** 角錐。多角形の頂点から線を伸ばして、多角形とは異なる平面上の点に合わせて作る多面体。形成される残りの面は全て三角形になる。

**Quadrilateral:** 四辺形。辺が四つある多角形。凧、平行四角形、長方形、菱形、正方形、台形は全て四辺形である。また、凸状または凸でない、四つの辺を持つ全ての多角形も四辺形である。

**Quasicrystal:** 準結晶。三次元で、非周期的構造を持つ結晶のタイプ。

**Ratio:** 比率。1つの数を別の数で割ることにより得られた数。この関係はそれらの2つの数の間の比率と呼ばれる。(例：2と3の比率は $2/3 = .666666\dots$ )

**Rectangle:** 長方形。向かい合う辺は等しい長さ、そしてその頂点角度はすべて90度であるような四辺形。

**Red struts:** 赤ストラット。ノードの五角形の穴に合う。赤ストラットに垂直の面に作られた形は5回対称性を持つ。

**Regular polygon:** 正多角形。その辺の長さおよび頂点角度がすべて同じである多角形。

**Regular polyhedron:** 正多面体。その面がすべて1種類の正多角形であり、すべての頂点と同じ性質をもつ多面体。(訳注：プラトン立体という。)

**Richert/Penrose tilings:** リヒャルト/ペンローズのタイリング。72度の菱形および36度の菱形という2つのタイプのタイルから成るタイリング。これらのタイリングは非周期的になりうる。1971年に構造の芸術家クラーク・リヒャルト、および1975年に有名な数学的な物理学者ロジャー・ペンローズによってそれぞれ発見された。

**Right angle:** 直角。90度の角度。

**Rhombi:** 菱形。(訳注：複数を表わす単語)

**Rhombus:** 菱形。すべての辺の長さが等しい四辺形。ダイヤモンドの形は、菱形を表わす言葉として一般に引用されている。しかし、菱形の定義は正方形も含んでいる。

**Rotational symmetry:** 回転対称性。360度の整数分割の角度だけ、定点のまわりに回転させるようなパターンの繰り返し。

**Scale:** 大きさ。相対的なサイズ。

**Semi-regular solid:** 半正多面体。アルキメデスの立体を参照。

**Shadow:** 影。ある平面と光源の間で物を持つことによって平面状につくられるイメージ。

**Similar:** 同じ形(同じ角度など)でサイズが異なること。

**Small rhombicuboctahedron:** 小菱形立方八面体。アルキメデスの 13 の半正多面体のひとつ。面として、6つの正方形、8つの三角形、更に 12 の正方形をもつ。各頂点には、3つの正方形と1つの三角形が集まる。これを作るためには、ゾム・システムの補助パーツであるグリーン・ラインが必要。

**Small stellated dodecahedron:** 小星形十二面体。正十二面体の 12 の五角形の面に、12 の五角錐を付けた多面体。

**Snub cube:** ねじれ立方体。アルキメデスの 13 の半正多面体のひとつ。6つの五角形の面と、32 の三角形の面を持つ。各頂点には、五角形 1 つと三角形 4 つが集まっている。ゾム・システムではつくることができない立体。

**Snub dodecahedron:** ねじれ十二面体。アルキメデスの 13 の半正多面体のひとつ。12 の五角形と、80 の三角形の面を持つ。各頂点には、五角形 1 つと三角形 4 つが集まっている。この多面体はゾム・システムでは作れない。

**Solid:** 立体。多面体のもうひとつの呼び方。立体のいくつかは、プラトンの立体とか、アルキメデスの立体などのように、その立体を記述したことでよく知られる数学者や哲学者の名前をとって呼ばれている。

**Space frame:** 一般的に、スペース・フレームとは、スチールとか木などの硬い材料のストラットで作った三角形の要素から成る構造を指す。三角形分割により、構造的に非常に強い。

**Square:** 正方形。全ての稜線が等しく、頂点が全て 90 度の四辺形。正方形の幾何学的な正式名称は、正四角形。

**Star polyhedron:** 星形の凹多面体。凸多面体の全ての面に角錐をたてることによって形成される、凸でない多面体のこと。

**Stellation, Stellated:** 星形化する。多角形の稜線、または多面体の面を、星状の形を形成するまで伸ばすこと。

**Surface area:** 表面積。多面体の全ての多角形の面の全面積。

**Symmetry, Symmetrical:** 一定の点の周りを回転させた場合、または線または面に関して鏡映させた場合、または一定の距離にだけ並進させた場合に、モチーフが繰り返されること。

**Tau  $\tau$ :** タウ。黄金比に用いられる二つのギリシャ文字のうち一つ(訳注: もう一つは  $\phi$  (ファイ))。これは、数学者が用いることがほとんど。 $\tau$  の正確な定義は以下の通り。

$$\tau = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = 1.6180339\dots$$

**Tessellation:** タイル貼り。ラテン語のタイルという意味の「テッセラ」に由来し、多角形のタイリングを意味する。

**Tetra:** テトラ。4 を意味するギリシャ語の接頭語。

**Tetrahedron:** 四面体。三角形の面を四つ持つ多面体。ゾム・システムでは、全部で 64 の異なる四面体を作ることができる。正四面体は、面が全て正三角形であり、ゾム・システムでは、補助的ツールであるグリーン・ラインを使って作る。

**3-Dimensional:** 三次元。長さ、幅、奥行きをもつという性質。

**3-fold symmetry:** 3 回対称性。あるモチーフを一定の中心点のまわりに、360 度の 1/3、つまり 120 度の回転を繰り返して元と一致すること。例として、蜂の巣、雪の結晶、クローバー、ピーマン、きゅうり、バナナの断面など。

**Translational symmetry:** 並進対称性。決められた距離だけ、決められた方向に移動することでモチーフが繰り返されるという性質。これは、何回でも永遠に繰り返すことができる。

**Trapezoid:** 台形。一对の向かい合う辺が平行で、もう一对の向かい合う辺が平行でない四辺形。

**Tria:** ギリシャ語で 3 を表す接頭語。

**Triaconta:** ギリシャ語で 30 を表す接頭語。

**Triacontahedron:** 三十面体。30 の菱形の面を持つ多面体。三十面体は、ゾム・システムでは、赤ストラットで作ることが出来る。

**Triangle:** 三角形。辺が 3 つあり、角も 3 つある多角形。

**Triangular reinforcement:** Triangulation の項。

**Triaugulation:** 三角補強。三角形の形で補強することで、構造の強度を増すプロセス。

**Truncate:** 切頂。多面体の頂点を切り落とすこと。

**Truncated cube:** 切頂立方体。アルキメデスの 13 の半正多面体のうちひとつ。6 つの八角形の面と 8 つの三角形の面を持つ。各頂点は、2 つの八角形と 1 つの三角形から成る。ゾム・システムでは、補助的ツールであるグリーン・ラインが必要。

**Truncated dodecahedron:** 切頂十二面体。アルキメデスの 13 の半正多面体のうちの 1 つ。12 の十角形の面と 20 の三角形の面をもつ。各頂点にはそれぞれ 2 つの十角形と 1 つの三角形が集まっている。

**Truncated icosahedron:** 切頂二十面体。アルキメデスの 13 の半正多面体のうちひとつ。12 の五角

形の面と、20の六角形の面を持つ。各頂点には、五角形ひとつと六角形2つが集まっている。これは、炭素60のバッキーボールのモデル。

**Truncated octahedron:** 切頂八面体。アルキメデスの13の半正多面体のうちひとつ。6つの正方形の面、8つの六角形の面を持つ。各頂点には、1つの正方形と2つの六角形が集まっている。この形は、三次元の空間を、隙間なく充填することが出来る。ゾム・システムの補助的ツールである、グリーン・ラインが必要。

**Truncated tetrahedron:** 切頂四面体。アルキメデスの13の半正多面体のうちひとつ。4つの六角形の面と、4つの三角形の面を持ち、各頂点には、2つの六角形と三角形1つが集まっている。ゾム・システムの補助的ツールである、グリーン・ラインが必要。

**Trus:** トラス。空間構造の特別な形。

**2-Dimensional:** 二次元。幅と奥行きを持ち、高さのない形に共通の性質。

**Vertex:** 頂点。多角形または多面体の「点」、または「角」。ゾム・システムでは、頂点は白いノードで表される。

**Volume:** 体積。三次元の物体が、三次元の空間をどれだけ占めているかを、立方メートルなどの単位で表したものの。

**Yellow struts:** 黄ストラット。ノードの三角形の穴に合う。黄ストラットに垂直の面に作られた形は、3回対称性を持つ。

**Zonogon:** ゾーン多角形。偶数の辺を持つ特殊な多角形。向かい合う辺は平行で、長さも同一である。ゾノゴンの例として、平行四辺形がある。

**Zonohedron:** ゾーン多面体。全ての面がゾーン多角形である特別なタイプの多面体。向かい合う面は全て平行な面となる。ゾーン多面体の例としては、菱形三十面体があり、30の菱形の面を持つ。この形は、ゾム・システムの赤ストラットで作ることが出来る。