

ジオボール GEOBALLS

5 Platonic and 13 Archimedean Polyhedra



ジオボールとは

ジオボールとは、この世でもっとも美しい幾何学立体といわれるプラトンの 5 種類の多面体（正多面体）と、それにつぐアルキメデスの 13 種類の多面体（半正多面体）を、この世でもっとも美しい幾何学模様といわれるアラベスクで覆った、手作りの多面体飾りのことです。型紙を切り抜き折り曲げて組み立てるだけで、糊付けせずにできあがります。ジオとは幾何学（ジオメトリー）のことで、アラベスク模様の専門家ジェイ・ボナーが、子どもたちから大人まで多くの人びとに楽しみながら幾何学図形の美しさを学んでもらうために考案しました。

What is Geoballs?

Geoballs are 18 ornamental polyhedra made of paper that can be easily constructed without glue. The 18 polyhedra are 5 Platonic polyhedra that are said to be the most beautiful polyhedra in the world and 13 Archimedean polyhedra considered to be the second most beautiful solids in the world. All are decorated by Arabesque patterns which are said to be the most beautiful geometrical design on a plane in the world. "Geo" means geometry, and this kit was designed by Jay Bonner, a specialist of Arabesque patterns, for children and adults in order to learn the joy and beauty of geometry.

ジオボールの組み立てかた

ジオボールの組み立てかたは簡単ですが、練習もかねて、作りやすいものから挑戦されることをおすすめします。作りやすさの度合いについては、ジオボールの種類の難易度順（Fig.5、Fig.6）をご覧ください。細かい部分はつまようじの先などを利用するときれいにできあがります。

型紙は、ふつう、ひとつのジオボールについて何枚かに分かれています。その型紙の各辺には、Fig.1 に示すように、丸まるした「差し手フラップ」または四角ばった「受け手フラップ」あるいはその両方を並べた「両手フラップ」のいずれかの出っ張りがついていて、組み立てるときペアになるフラップには同じ番号がふられています。

受け手フラップには差し手を差し込むための切れ目のほか小さな山形の切り込みがありますが、この切り込みは差し込み用切れ目を大きく開くための工夫です。

組み立てはつぎのように行います。

1. 作りたいジオボールの型紙をすべて選んでページから切り抜いてください。切り抜く型紙の枚数はジオボールの種類（Fig.5、Fig.6）のところに書いてあります。
2. 折り目になっている線をフラップも含めてすべて 45 度ぐらいで山折りにします。あまり急角度に折る必要はありません。小さな部分はつまようじなどを使うとうまく折れます。
3. フラップに書いてある番号順に 1 から同じ番号の差し手と受け手を組み合わせ、差し手を受け手の差し込み用切れ目に差し込んでください。番号順はできるだけ簡単に組み立てられるように決めてあります。
4. 差し込むとき、丸みを利用して Fig.2 の a,b,c の順に少し回転させるとうまくいきます。
5. 両手フラップ同士の接合は少しむずかしいかもしれませんが、Fig.3 のようにしてください。
6. 最後の差し手と受け手の接合はもっともむずかしいですから、つまようじなどを使うことをおすすめします。
7. ジオボールを糸に吊るして飾るときは、組み立てる前に受け手フラップなどに糸の先を巻き付け、最後の接合をする前に、糸が外側に出ていることを確認してください。

Assembly Instructions for Geoballs

Geoballs are not difficult to assemble if you start with the less complicated ones. Please refer to the list of the balls for difficulty. It would be helpful to use toothpicks etc. for closing the detailed parts. Each Geoball basically requires several different cut-outs. Each cut-out has tabs and slots along edges. The round tabs are to insert, square ones are to receive tabs, and half-tab/ half-slot which meets up with an identical S/T (for slot/tab) with the same number on it.

Instructions for Making Geoballs

1. Choose the model you want to make and remove all the cut-outs for that model from the pages. Please see the numbers of the cut-outs you need for each solid on Fig. 5.
2. Bend all the pre-creased edges down to make mountain folds. About 45 degrees will be enough. You may want to use a toothpick etc. for closing small parts.
3. Find the cut-outs with the same number on both slot and tab. Begin assembly by inserting the tabs in the slots in numerical order. They are numbered to be assembled as easy as possible.
4. Insert the tab into the front side of the slot. The easiest way to do this is to insert one side of the tab all the way in first and then rotate the other end in the order of a, b, c on Fig. 2.
5. When you assemble a slot and tab pair (they are half slot and half tab), you will need to take a little more care because they are a little tricky at first, but assemble the pair as pictured on Fig 3.
6. The last connections are the trickiest. Use a toothpick as needed.
7. If you want to hang your completed Geoballs, attach the thread before you complete the model by looping it through a slot and tying it. Make sure the thread comes out of the ball before you complete the last connection.

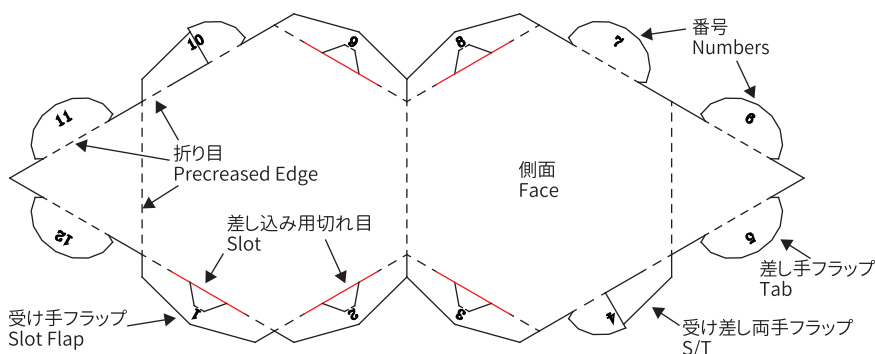


Fig.1 型紙の各部の名称 Part names on cut-out

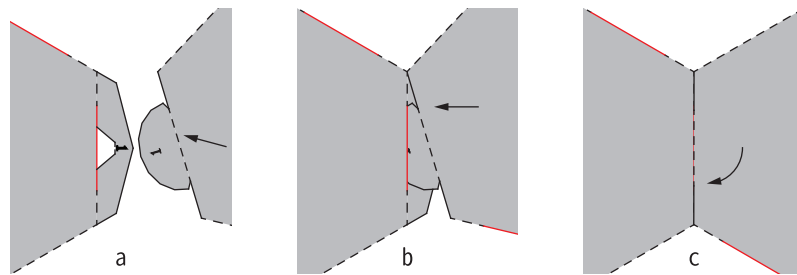


Fig.2 差し手フラップと受け手フラップの組み合わせかた
How to assemble a tab and a slot

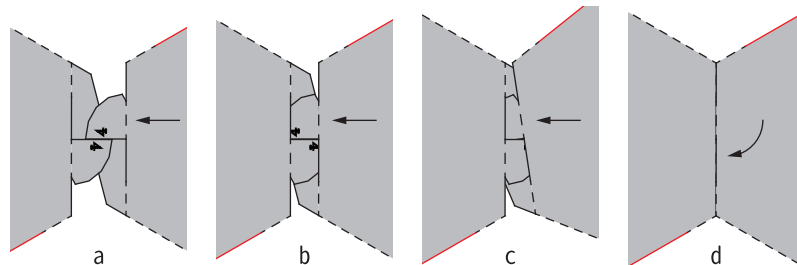


Fig.3 受け差し両手フラップの組み合わせかた
How to assemble a pair of a slot and a tab

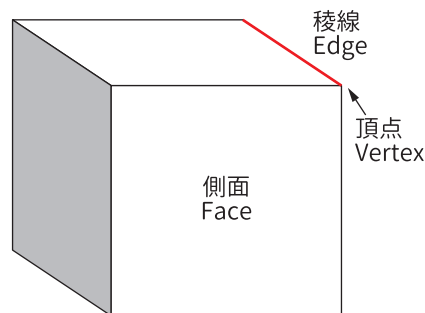


Fig.4 多面体各部の名称
Names of components of a polyhedron

ジオボールの種類

ジオボールはすべてで18種類あります。そのうち5種類はプラトンの正多面体、13種類はアルキメデスの半正多面体です。

プラトンの多面体のそれぞれは、1種類だけの正多角形が、どの頂点の周りにも同じ様子で、またどの稜線の周りにも同じ様子で集まるたいへん規則正しい多面体です。それで正多面体といいます (Fig.5)。多面体各部の名称は Fig.4 をご覧ください。

アルキメデスの多面体のそれぞれは、2種類以上の正多角形が、どの頂点の周りにも同じ様子で集まるこれもまた規則正しい多面体です。ただし側面の種類が多いとか、稜線のまわりの様子が同じでないものがある、という点で規則正しさは正多面体の半分になっています。それで半正多面体といいます (Fig.6)。そのうち立方八面体と十二・二十面体は正多面体と同じく稜線のまわりの様子も同じなので、とくに準正多面体といいます。

アルキメデスの多面体はすべてプラトンの多面体を抱き合わせたり (準正型)、頂点まわりを切ったり (切頂型)、ねじらせたり (ねじれ型)、正方形を加えたり (菱形型) して導かれ、それにちなんだ名前がつけられています。

Type of Geoballs

Geoballs contain 18 types of balls in total, the five Platonic polyhedra and the thirteen Archimedean polyhedra.

The five Platonic polyhedra are also referred to as regular because the faces are identical regular polygons, and the solid angles at all vertices are identical. (Fig. 5)

Archimedean polyhedra are composed of at least two different types of regular polygonal faces. Because Archimedean polyhedra are not made from identical faces, yet maintain the regularity around vertices, they are referred to as semi-regular. (Fig. 6)

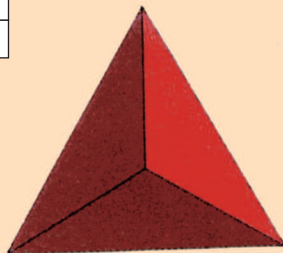
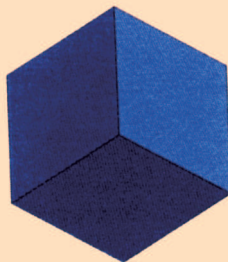
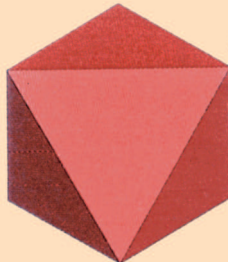
	難易度 Level 1 	難易度 Level 2 	難易度 Level 3 	
	名称 Name	正四面体 Tetrahedron	立方体 Cube	正八面体 Octahedron
	型紙番号 Code No.	PS01	PS02	PS03
	型紙枚数 Pieces	2	3	2
	側面 Face	正三角形 4 枚 4 Triangles	正方形 6 枚 6 Squares	正三角形 8 枚 8 Triangles
稜線 / 頂点 Edge / Vertex	6 / 4	12 / 8	12 / 6	

Fig.5 プラトンの正多面体 Platonc Polyhedra

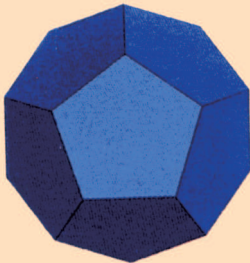
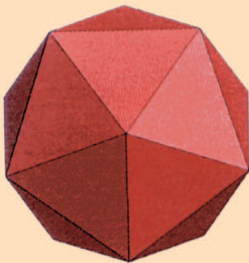
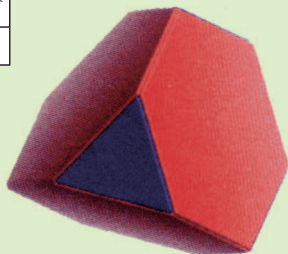
	難易度 Level 4 	難易度 Level 5 	難易度 Level 6 
名称 Name	正十二面体 Dodecahedron	正二十面体 Icosahedron	切頂四面体 Truncated Tetrahedron
型紙番号 Code No.	PS04	PS05	AS01
型紙枚数 Pieces	6	5	2
側面 Face	正五角形 12 枚 12 Pentagons	正三角形 20 枚 20 Triangles	正三角形 4 枚 4 Triangles 正六角形 4 枚 4 Hexagons
稜線 / 頂点 Edge / Vertex	30 / 20	30 / 12	18 / 12

Fig.6 アルキメデスの半正多面体 Archimedean Polyhedra

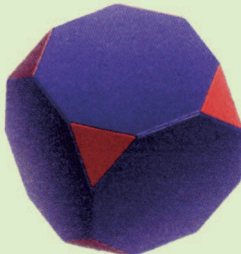
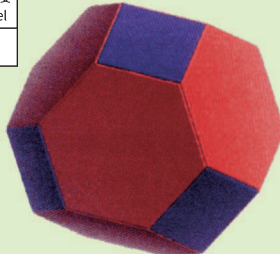
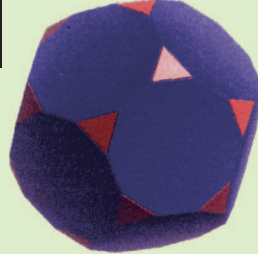
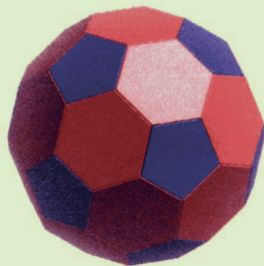
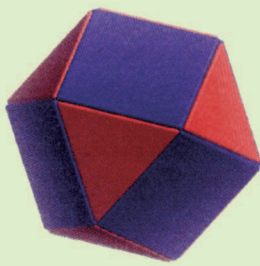
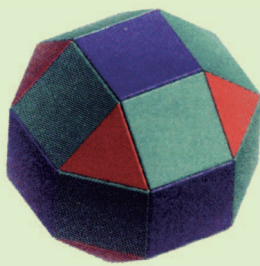
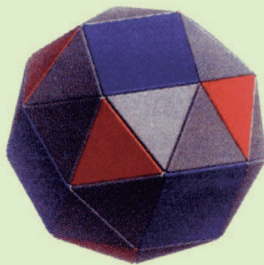
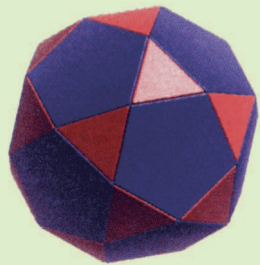
	難易度 Level 9 	難易度 Level 7 	難易度 Level 15 	
	名称 Name	切頂立方体 Truncated Cube	切頂八面体 Truncated Octahedron	切頂十二面体 Truncated Dodecahedron
	型紙番号 Code No.	AS02	AS03	AS04
	型紙枚数 Pieces	2	2	6
	側面 Face	正三角形 8 枚 8 Triangles 正八角形 6 枚 6 Octagons	正方形 6 枚 6 Squares 正六角形 8 枚 8 Hexagon	正三角形 20 枚 20 Triangles 正十角形 12 枚 12 Decagons
稜線 / 頂点 Edge / Vertex	36 / 24	36 / 24	90 / 60	

Fig.6 アルキメデスの半正多面体 Archimedean Polyhedra

	難易度 Level 13		難易度 Level 8		難易度 Level 10	
	名称 Name	切頂二十面体 Truncated Icosahedron		立方八面体 Cuboctahedron		菱形立方八面体 Small Rhombicuboctahedron
	型紙番号 Code No.	AS05		AS06		AS07
	型紙枚数 Pieces	8		2		6
	側面 Face	正五角形 12 枚 12 Pentagons 正六角形 20 枚 20 Hexagons		正三角形 8 枚 8 Triangles 正方形 6 枚 6 Squares		正三角形 8 枚 8 Triangles 正方形 18 枚 18 Squares
稜線 / 頂点 Edge / Vertex	90 / 60		24 / 12		48 / 24	

	難易度 Level 12 	難易度 Level 11 	難易度 Level 14 	
	名称 Name	ねじれ立方八面体 Snub Cube	切頂立方八面体 Great Rhombicuboctahedron	十二・二十面体 Icosidodecahedron
	型紙番号 Code No.	AS08	AS09	AS10
	型紙枚数 Pieces	6	6	4
	側面 Face	正三角形 32 枚 32 Triangles 正方形 6 枚 6 Squares	正方形 12 枚 12 Squares 正六角形 8 枚 8 Hexagons 正八角形 6 枚 6 Octagons	正三角形 20 枚 20 Triangles 正五角形 12 枚 12 Pentagons
稜線 / 頂点 Edge / Vertex	60 / 24	72 / 48	60 / 30	

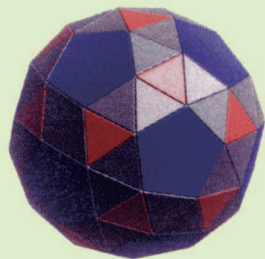
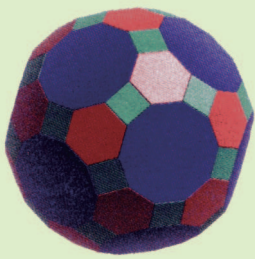
	難易度 Level 16		難易度 Level 17		難易度 Level 18		
	名称 Name	菱形十二・二十面体 Small Rhombicosidodecahedron		ねじれ十二・二十面体 Snub Dodecahedron		切頂十二・二十面体 Great Rhombicosidodecahedron	
	型紙番号 Code No.	AS11		AS12		AS13	
	型紙枚数 Pieces	6		6		10	
	側面 Face	正三角形 20 枚 20 Triangles 正方形 30 枚 30 Squares 正五角形 12 枚 12 Pentagons		正三角形 80 枚 80 Triangles 正五角形 12 枚 12 Pentagons		正方形 30 枚 30 Squares 正六角形 20 枚 20 Hexagons 正十角形 12 枚 12 Decagons	
稜線 / 頂点 Edge / Vertex	120 / 60		150 / 60		180 / 120		

Fig.6 アルキメデスの半正多面体 Archimedean Polyhedra

ジオボールの幾何学

ジオボールには幾何学の美しさがあふれています。

たとえば、プラトンの多面体は、すべての頂点を通る外接球、すべての稜線の中心に接する稜接球、すべての側面の中心に接する内接球を持ちます。つまり球面と深い関係にあって、球面のようにふくらませることができます。しかも球面上では、どの辺も、球面上の一番大きな円である赤道の一部となり、その赤道を全部かくと、ふたつの正四面体の抱き合わせ、立方体と正八面体の抱き合わせ、正十二面体と正二十面体の抱き合わせの3種類の球面模様が現れます (Fig.7)。現代の幾何学者は、この3種類の模様は、この世の中で最高に美しい立体の対称性という考え方の基礎を決めるといっています。アルキメデスの多面体も、外接球と稜接球を持っていて球面のようにふくらませることができますが、そのときもこの3種類と深い関係にある赤道の配列が現れます。

このようにプラトンの多面体は幾何学の世界では美の基礎に置かれますが、もともとは一種類の正多角形を立体的に規則正しく隙間なく並べたかたちをしています。それに対して、一種類の正多角形を平面上に規則正しく隙間なく並べる模様も考えられます。それには正三角形、正方形、正六角形を並べる3種類があります (Fig.8)。この場合、それぞれについて、頂点まわりの様子は同じ、辺のまわりの様子も同じになります。これをプラトンの先輩幾何学者ピタゴラスにちなんでピタゴラスの正タイル貼りといえます。また2種類以上の正多角形を頂点まわりが同じになるように敷き詰めるには8種類の方法があることが分かっています。これをアルキメデスの半正タイル貼りといえます (Fig.9)。その半正タイル貼りのうち正三角形と正六角形を交互に並べる籠目模様は辺のまわりの様子も同じになるので準正タイル貼りといえます。このピタゴラスとアルキメデスのタイル貼りがアラベスクの基本図形なのです。このようにジオボールには、立体的にも平面的にも幾何学の美しさがあふれています。

ジオボールの歴史的背景

ジオボールには、プラトンとアルキメデスの18種類の規則正しい多面体と、アラビア半島で生まれた絢爛豪華な模様アラベスクという、古代の幾何学が生んだふたつの美しい成果が合体させられています。

プラトンの五つの多面体は、紀元前4～5世紀ごろ古代ギリシアの哲学者で幾何学者のまさにプラトンによって初めて記録されました。プラトンはあまりに規則正しい正多面体を神様の創作品と考え、対話編「ティマイオス」の中で、宇宙を作る地水火風の四大元素とそれらを入れる宇宙の器のかたちは正多面体でできている、としました。立方体を地、二十面体を水、八面体を風、四面体を火のそれぞれの元素のかたち、十二面体を宇宙の器のかたちになぞらえたのです。その直後、紀元前4世紀のユークリッドは、有名な『幾何学原論』の最後で正多面体が5つしかないことを証明しました。

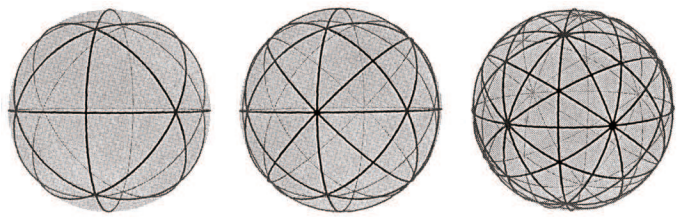


Fig.7 プラトンの多面体を抱き合わせた3種類の球面模型 (左から順に、2個の正四面体、立方体と正八面体、正十二面体と正二十面体のそれぞれが抱き合わせられている)

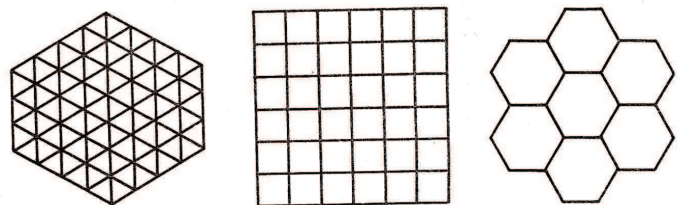


Fig.8 ピタゴラスの正タイル貼り

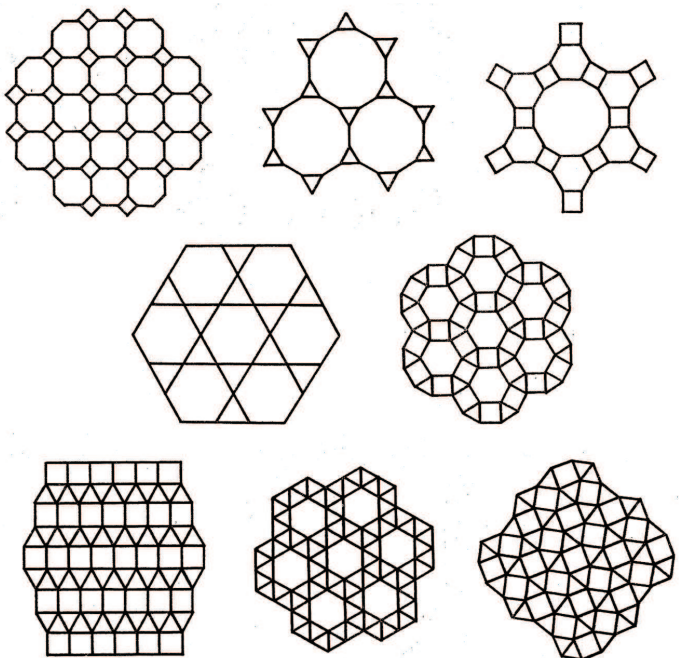


Fig.9 アルキメデスの半正タイル貼り



Fig.10 紀元前10世紀ごろの正多面体の石細工
写真提供：イギリス、オックスフォードのアシュモリアン博物館アンティーク部門

じつはこの正多面体は、プラトンよりまだ前の紀元前 6 世紀ごろ、ピタゴラスが知っていて秘密にしていたというわけがあります。それどころかもっと前の紀元前 10 世紀ごろの新石器時代の正多面体の石細工がスコットランドで見つかっています (Fig.10)。一方、紀元前 3 世紀ごろのアルキメデスは、プラトンの多面体を変形した 13 種類のアルキメデスの多面体について初めて記述したといわれています。ただし証拠の本は大昔に焼けてしまいました。

やがて中世になった 7 世紀初めアラビア半島で生まれたイスラム教では、動物文様を禁止して幾何学模様ばかりで礼拝所を飾るように教えました。こうしてアラベスクが誕生しました。

その後の 15 世紀から 16 世紀にかけてのルネッサンス時代には、ダ・ヴィンチやデューラーが好んでプラトンやアルキメデスの多面体の図を残しました。さらにのちの 16 世紀から 17 世紀にかけて、現代の天文学の父ともいわれるヨハネス・ケプラーでさえ、当初は宇宙の構造をプラトン風に考えていました (Fig.11)。太陽からの惑星の位置はプラトンの多面体の内接球や外接球にしたがって決まるなどともいっています。

現代では、アメリカの思想家で多面体を使ったドーム建築で有名なバックミンスター・フラーにより、プラトンとアルキメデスの多面体の実用性が高く評価されるようになりました (Fig.12)。新しく発見されてノーベル賞に輝いた切頂二十面体状 (サッカーボール形) の分子構造を持った炭素の同素体はバックミンスターフラーレンと名づけられています。それどころか第一回ノーベル化学賞に輝いたのはファント・ホフによる化合物の正四面体状の分子構造の研究でした。

このように自然界にも、分子や原子の構造や細胞組織のほか、鉱物の結晶やウィルス、花粉などいろいろなところにプラトンとアルキメデスの多面体はみつかっています。ヘッケルは海底の放散虫の骨片に見つけるすべてのプラトンの多面体をスケッチしました (Fig.13)。プラトンとアルキメデスの多面体の純粋で美しいかたちは宇宙の創造物の基本形なのかもしれません。

では、日本ではどのようになっているでしょうか。じつは昔の日本人は幾何学にうとく、明治時代に西洋文化が入ってくるまで多面体という言葉はありませんでした。江戸時代の数学者である和算家も多面体といわず切籠 (きりこ) といっています。ところが切籠というのは、もっと昔は、家具や仏具にふつうに使われていた立方八面体だけを意味していました (Fig.14)。といっても、てまりや折り紙、竹籠細工といった日本自慢の工芸品にはプラトンとアルキメデスの多面体はいくらでも使われています (Fig.15、Fig.16)。それどころか 8 世紀の奈良時代の正倉院宝物にはアラビア半島から伝わったと思われるアラベスクで覆われた球面正十二面体状の香炉が残されています (Fig.17)。これこそジオボールの先祖ではないでしょうか。【解説：ジェイ・ボナー & 宮崎興二】

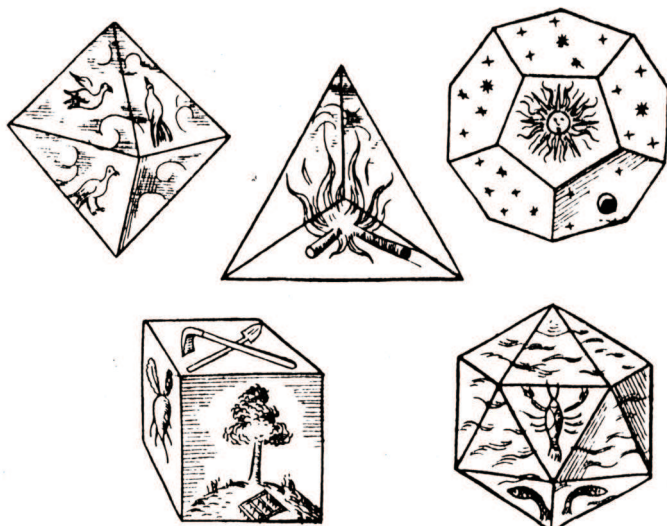


Fig.11 プラトンの宇宙を説明するケプラーの図
ケプラー『世界の調和』(復刻版)より



Fig.12 フラードームの例
フロリダ・ディズニーワールドのエプコット・センター

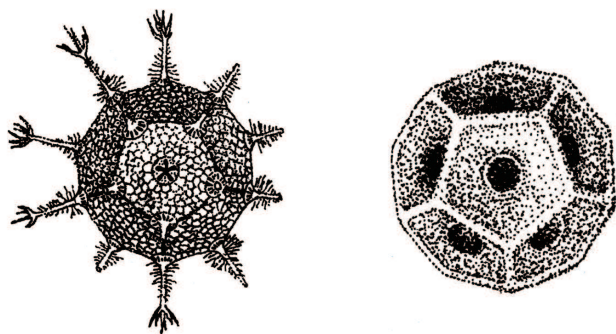


Fig.13 自然界に見るいろいろなプラトンの多面体
左からヘッケルのスケッチした放散虫、花粉のひとつ、ウィルスの模型、黄鉄鉱の結晶

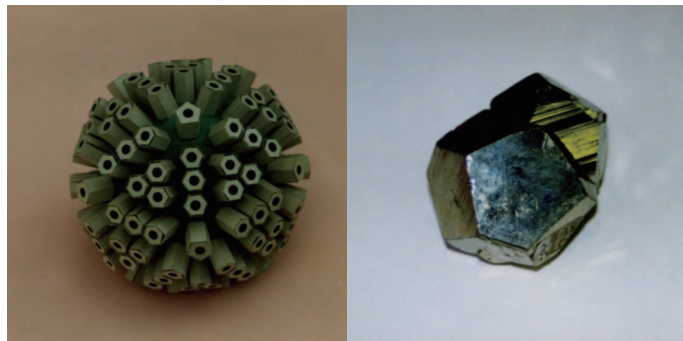




Fig.14 切籠灯籠 高野山金剛峰寺

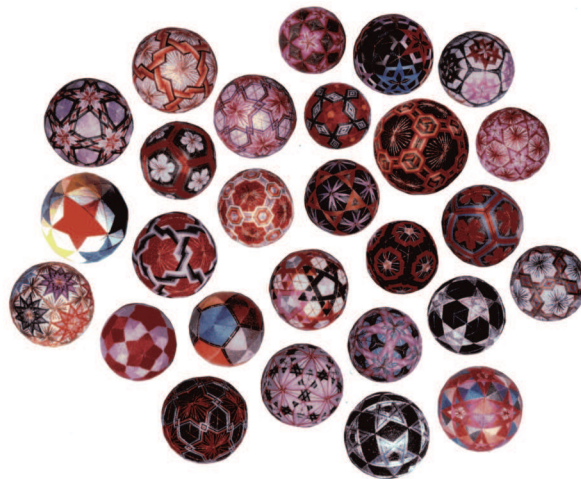


Fig.15 Fig.7の模様を地割りにしてできるてまり
プラトンとアルキメデスの多面体が現れている
制作：浦田清子 (Temari by Kiyoko Urata)

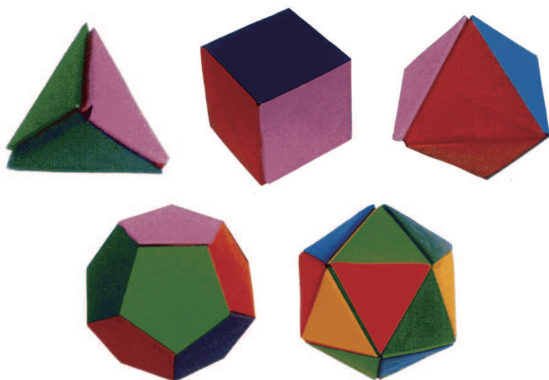


Fig.16 折り紙で作った多面体



Fig.17 アラベスクで覆われた正十二面体状の香炉 (コピー)
8世紀ごろの正倉院宝物

【原案・デザイン】 ジェイ・ボナー

イスラム建築装飾や伝統的なアラビアモザイクを専門とするデザインコンサルタント。1982年、ロンドンの王立美術院でこの分野の研究による修士号を取得。建築装飾家として、サウジアラビア、メッカのグランド・モスク（カーバ神殿）、サウジアラビア、メディナの預言者のモスク（預言者ムハンマドが葬られている場所）、イギリス、ロンドンにあるイスマイリ・センター、その他中東、パキスタン、ヨーロッパ、北米にある多数の建築装飾に携わる。また、イスラミック幾何学デザインの著者でもあり、北米、ヨーロッパ、北アフリカ、アジアの大学やセミナーで教鞭をとる。ボナー・デザイン・コンサルタンシーの代表。アメリカ合衆国、ニューメキシコのサンタフェ在住。2017年スプリングーより出版された『Islamic Geometric Patterns: their Historical Development and Traditional Methods of Construction』の著者。

Designed by Jay Bonner

Jay Bonner is a design consultant specializing in Islamic architectural ornament and traditional Islamic design. He received his MDes in this field from the Royal College of Art in London in 1982. As an architectural ornamentalist he has worked on such buildings as the Grand Mosque in Mecca, Saudi Arabia (the location of the Kaaba), the Prophet's Mosque in Medina, Saudi Arabia (the burial place of the Prophet Muhammad), the Ismaili Centre in London, England, and many other buildings in the Middle East, Pakistan, Europe, and North America. He is also an author and teacher of Islamic geometric design, and has lectured and taught seminars at universities in North America, Europe, North Africa and Asia. He is the Director of Bonner Design Consultancy, located in Santa Fe, New Mexico, USA; and is the author of Islamic Geometric Patterns: their Historical Development and Traditional Methods of Construction, 2017, Springer.

【解説・監修】 宮崎 興二

京都大学名誉教授、工学博士。専門は建築形態学。多面体幾何学・高次元図形科学の権威。

Supervision and Text by Koji Miyazaki

Emeritus Professor at Kyoto University, Doctor in Engineering. Specializing in Architecture morphology. Authoritative specialist of polyhedral geometry and hyper science.

【製作・販売】 株式会社イメージミッション木鏡社

〒420-0831 静岡県静岡市葵区水落町 9-10
TEL : 054-200-2818 FAX : 054-245-5484
<https://www.imagemission.com>
©2023 株式会社イメージミッション木鏡社
※本製品の無断転載を禁じます。

Produced by Image Mission Inc.

9-10 Mizuochi, Shizuoka City, 420-0831 Japan
TEL : +81-54-200-2818
FAX : +81-54-245-5484
<https://www.imagemission.com>
©2023 Image Mission Inc. All rights reserved.

