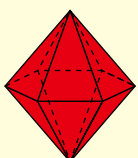
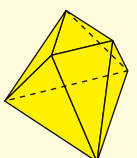


イマジナリーキューブパズル

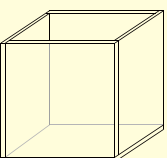
3H=6T



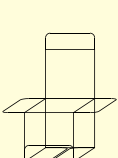
ピース H / Piece H



ピース T / Piece T



ケース (大) / Case(L)



ケース (小) / Case(S)

【考案・解説】 立木秀樹
【内 容 物】 パズルピース H×3、パズルピース T×6、
ケース (大) ×1、ケース (小) ×1、
解説書

Imaginary Cube Puzzle

3H=6T

Author:Hideki Tsuiki
Contents:Puzzle Piece H×3, Puzzle Piece T×6,
Puzzle Case(L)×1, Puzzle Case(S)×1,
Instruction

STEP2

- 全てのピースをケース (大) に入れてください
- ケース (大) は、ケース (小) の 2 倍の大きさなので、8 個までなら入ります。ここには9個あります。どうやって入っていたのでしょうか？
- 入れ方は一通りだけではありません

- Fit all 9 pieces in Case(L).
- The case(L) is twice the size of the case(S), so 8 pieces should fit without problem. Can you fit all 9 pieces neatly?
- There are several ways to fit all pieces in the case(L).

STEP1

- ケース (小) を立方体に組み立て、赤と黄のピースをそれぞれ入れてみましょう
- ケースのどの面からみてもすきまがなく、正方形に見えます
- そのような立体を「イマジナリーキューブ」とよぶことにします
- Build Case(S) into a cube.
- The first challenge is to fit H and T into the case(S).
- When they are fit in the case(S), they look square from each of the cube faces, so we call them “imaginary cube” .

ヒント / Clues

- 【ヒント 1】
9 個目は、ケースの真ん中にスペースをあけて入れます。H と T のどちらをいれましょう？
- 【ヒント 2】
ピース間にすき間がないように入れましょう。そう制限すると、同じ形の面どうしが接することになるので、考えやすくなります

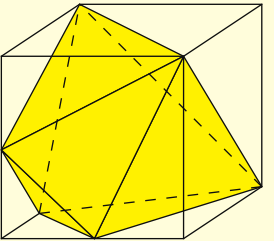
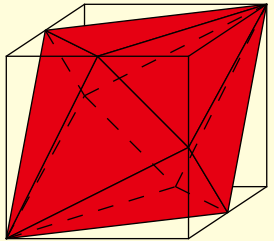
注意 / Warning

このパズルは、数学的な正確さを再現するために尖った頂点があります。取り扱いには十分お気をつけください。小さなお子様の手が届かない場所に保管してください。(どうしても頂点部分が気になる場合は、1000 番程度の紙やすりを軽く 1 回かけるだけで、丸くなります。)

Since this puzzle is designed to accurately express mathematical forms, some of the vertices are rather pointed. Please be cautious to keep them out of the reach of little children. (In case you would like to round the vertices a little, you can gently file the point once by using #1000 sandpaper.)

H と T をケース (小) にいれたところ / H and T in case(S)

- H と T の頂点はすべて、ケース (小) の立方体の頂点、または辺の中点にあります。
- All vertices of H and T are either at the vertex or the middle point of the edges of the small cube.



【Clue1】
Where can the 9th piece fit in? Make a space at the center of the case(L). Which piece comes at the center?

【Clue2】
Put in the pieces with no space between pieces. If you do so, the faces of the same shape will touch each other, and it will be easier to solve this puzzle.

Image Mission Inc. Wonder Series No.12

考案・解説：京都大学教授 立木秀樹
制作協力：京都大学総合博物館ミュージアムショップ
対象年齢：8 歳以上 原 産 国：中国
原 料：ABS 樹脂、アクリル、PET
製造発売元：株式会社イメージミッション木鏡社
〒420-0831 静岡県葵区水落町 9-10
www.imagemission.com

Author: Prof. Hideki Tsuiki, Kyoto University
Collaboration: Kyoto University Museum Shop
Age: 8 Years+ Made in China
Material: ABS, Acrylic, PET
Image Mission Inc.
9-10 Mizuochi, Aoi-ku, Shizuoka 420-0831 Japan

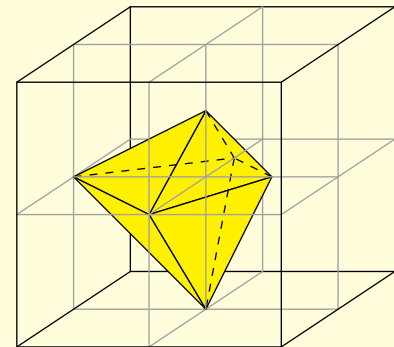

株式会社 イメージミッション木鏡社

©2021 Hideki Tsuiki, Image Mission Inc. All Rights Reserved.

パズルは解けましたか？ パッケージには、ピースの間にすき間がないひとつの入れ方の、下段4ピースを横から見た絵と、上段4ピースを上から見た絵が描かれています。それらに加えて、下図のようにケースの真ん中に T がひとつ置かれています。ピース間にすき間のない入れ方は、これと、これを上下反転させたものだけです。なぜ H と T を、こんなにきれいに立方体のケースに詰めることができるのでしょうか？ それこそ数学パズルです。

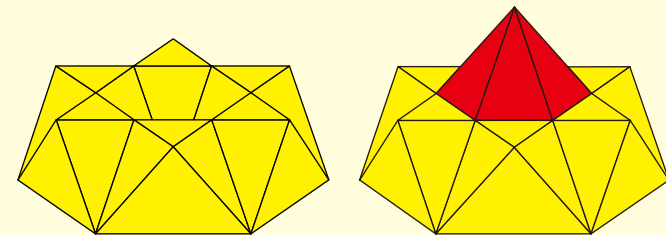
■Tはケースの真ん中にも！

T は、ケース（小）だけでなく、ケース（大）の真ん中にも配置できることがこのパズルの鍵となっています。図から分かるように、T の3本の対角線はお互いに直交しています⁽¹⁾。さらに、その交点はそれぞれの対角線を 2:1 の長さに分け、その 2 の長さがケース（小）の 1 辺の長さと同じです⁽²⁾。これにより、この T の各面がケース（大）の中の 8 個の小さな立方体の頂点の周りを H と T の面の形に切るようになります。この切り方と H と T をケース（小）に入れた図を比べると、9 個全部がケース（大）に入ることが分かります。ところで、本当に（1）と（2）は成り立っているのでしょうか？ T は、ケース（大）の真ん中に図のように置かれているように見えますが、それらしく見えるからといって、そうだと言い切ることはできません。（1）と（2）の幾何学的な証明を下に載せておきます。このように証明するにはひらめきが必要ですが、高校で習うベクトルの内積を用いれば、計算で、より機械的に証明することもできます。



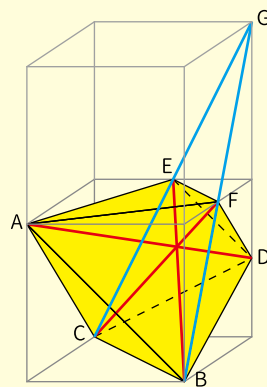
■空間を敷き詰めることができる！

このパズルの 6 個の T を右の図のように配置すると、真ん中に窪みができ、そこに H がおさまります。これを拡張して、T を平面に敷き詰めて、全ての窪みに H を配置し、さらに T をひっくり返してかぶせていくと、板状になります。それを積み重ねることにより、H と T で、この 3 次元空間を埋めつくすことができます。その中で、T は八面体なので、8 個の立体と接しています。それら 9 個を箱に入れると、パズルの解になります。詳細は、<http://u.kyoto-u.jp/imaginarycube> をご覧ください。



■(1) と (2) の証明

図のように T を入れた立方体の上にもうひとつ立方体を置いて頂点 G をとり、二等辺三角形 GCB を考えます。E と F は、それぞれ GC と GB の中点です。このことから、4 点 B、C、E、F は同一平面上にあり、BE と CF は交わること、そして、BE と CF が、二等辺三角形 GBC の下半分の台形の対角線になっていることが分かります。



一方、図のように立方体の面と同じ大きさの正方形を 4 つ並べて、二等辺三角形 $G'C'B'$ を考えます。3 辺の長さを比べると、これは、二等辺三角形 GCB と合同です。図の E' 、 F' は $G'C'$ 、 $G'B'$ の中点です。明らかに $C'F'$ と $B'E'$ は直交し、 $O'B'$ と $O'C'$ は立方体の 1 辺と同じ長さであり、 OE' と $O'F'$ はその半分の長さです。よって、BE と CF についても同様のことが言えます。この図と、パッケージの上の絵を見比べてみてください。

